

## Bài tập xác suất

1. Một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu  $\Omega = \{a, b, c\}$ . Giả sử rằng  $P\{a, c\} = 0.75$  và  $P\{b, c\} = 0.6$ . Tính xác suất của các biến cố sơ cấp.
2. Hộp 1 gồm 15 bóng đèn trong đó có 5 cái bị hỏng. Hộp 2 gồm 12 bóng trong đó 3 cái bị hỏng. Ta rút ở hộp 1 ra 2 bóng và ở hộp 2 ra 3 bóng. Tính xác suất trong 5 bóng rút ra có 4 bóng hỏng.
3. Giả sử có  $m$  sinh viên sinh năm 1992 đang tham dự giờ giảng. Tìm xác suất ít ra có 2 sinh viên trùng ngày sinh và chứng tỏ rằng  $p > 0.5$  khi  $m = 23$ .
4. Một hộp chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ và 15 bi xanh. Một hộp khác chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ và 9 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi.
  - a) Tính xác suất hai viên bi lấy ra có cùng màu.
  - b) Xác suất hai viên bi đó khác màu bằng bao nhiêu ?
5. Một hộp bóng bàn gồm 18 quả bóng mới. Hôm nay người chơi lấy ra 3 quả để chơi, chơi xong lại bỏ vào hộp. Ngày mai họ lại lấy ra 3 quả để chơi. Tính xác suất 3 quả lấy ra ở ngày thứ hai có cả bóng mới và bóng cũ.
6. Mỗi lần nguồn phát phát đi tín hiệu thì bộ thu nhận được tín hiệu đó với xác suất là 0.7.
  - a) Tính xác suất bộ thu nhận được tín hiệu nếu nguồn phát phát tín hiệu đó 2 lần.
  - b) Cần phát tín hiệu đó mấy lần để xác suất thu được là trên 99%.
7. Một đoàn tàu có 6 toa, có 7 khách lên tàu. Biết rằng mỗi người chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất một toa có 3 người và hai toa khác mỗi toa có 2 người.
8. Tàu hỏa và xe bus tới ga tại một thời điểm ngẫu nhiên từ 9 đến 10 giờ. Tàu dừng trong 10 phút còn xe bus dừng  $a$  phút. Tìm  $a$  để xác suất xe khách và tàu hỏa gặp nhau bằng 0.5.
9. Một máy bay có ba bộ phận A, B, C với tầm quan trọng khác nhau. Máy bay sẽ bị rơi nếu bị trúng một viên đạn vào A, hoặc 2 viên vào B, hoặc 3 viên vào C. Giả sử các bộ phận A, B, C lần lượt chiếm 10%, 25% và 65% diện tích máy bay. Tính xác suất máy bay bị rơi khi bị trúng
  - a) Hai viên đạn.
  - b) Ba viên đạn.
10. Giả sử với xác suất bằng 0.1 một thủ môn đẩy được bóng khi bị phạt 11 mét. Tính xác suất thủ môn đó đẩy được ít nhất 1 quả trong số 5 quả đá phạt 11 mét.
11. Có hai loại máy bay: 2 động cơ và 4 động cơ. Giả sử xác suất để mỗi động cơ bị hỏng là  $p$  (các động cơ hỏng độc lập với nhau). Máy bay vẫn hoạt động được nếu có không quá một nửa số động cơ bị hỏng. Với giá trị nào của  $p$  thì máy bay 2 động cơ an toàn hơn máy bay 4 động cơ ?
12. Một công ty xuất khẩu một lô hàng gồm 20000 bộ quần áo may sẵn. Nhà nhập khẩu kiểm tra ngẫu nhiên 50 bộ, nếu có không quá 1 bộ lỗi thì chấp nhận.
  - a) Tính xác suất lô hàng được chấp nhận. Biết rằng trong lô hàng đó có 300 bộ bị lỗi.
  - b) Nếu muốn xác suất được chấp nhận không dưới 95% thì trong lô hàng đó được phép có tối đa bao nhiêu bộ lỗi?
  - c) Nếu doanh nghiệp vẫn để cả 300 bộ lỗi trong lô hàng và mong muốn lô hàng được chấp nhận với xác suất trên 95% thì cần đàm phán với nhà nhập khẩu để họ giảm số bộ được kiểm tra xuống còn bao nhiêu ?
13. Cho A và B là hai biến cố ngẫu nhiên có  $P(A) = 0.6, P(B) = 0.8, P(AB) = 0.5$ . Hãy tính xác suất
  - a)  $P(A|B), P(B|A), P(\bar{A}|B), P(B|\bar{A})$ .
  - b) Có ít nhất một trong hai biến cố A, B xảy ra.
  - c) Có đúng một biến cố trong hai biến cố A, B xảy ra.
14. Một hộp chứa 4 bi đỏ, 7 bi xanh và 6 bi trắng. Hai người lần lượt lấy bi, mỗi người một viên. Chỉ ra rằng khả năng lấy được bi xanh của hai người là bằng nhau.
15. Có một thùng chứa 19 viên bi trong đó có 9 viên bi xanh và 10 viên bi đỏ. Hai người chơi trò chơi như sau: Mỗi người lấy ra một viên bi, ai lấy được bi đỏ thì người đó thắng cuộc, nếu hai người cùng lấy được bi xanh hoặc cùng lấy được bi đỏ thì hòa. Hãy kiểm tra xem người lấy trước hay người lấy sau có lợi hơn.

16. Vừa có một vụ án xảy ra, cảnh sát đang nghi ngờ có một tình tiết nào đó xảy ra trong vụ án này. Bình thường, 30% số vụ án tương tự như vụ án này xảy ra tình tiết đó. Họ đã mời 2 nhân chứng đến lấy lời khai (độc lập với nhau). Biết rằng cả hai nhân chứng cùng nói rằng có thấy tình tiết đó xảy ra. Hãy tính xem trong vụ án này, xác suất xảy ra tình tiết đó bằng bao nhiêu? Giả sử nhân chứng nói đúng với xác suất 95%.
17. Có 2 đồng tiền, một cân đối, một có 2 mặt sấp. Rút ngẫu nhiên 1 đồng tiền, tung nó 2 lần và đều hiện mặt sấp. Tính xác suất đồng tiền rút được là đồng tiền cân đối.
18. Xét phép thử tung 2 con súc sắc cân đối.
- Tìm xác suất mặt cho số chấm giống nhau.
  - Tìm xác suất mặt cho số chấm giống nhau khi biết tổng số chấm không quá 4.
19. Tỷ lệ phế phẩm của một nhà máy là 5%. Người ta dùng một thiết bị kiểm tra tự động để loại ra các phế phẩm. Tỷ lệ sai sót của thiết bị này với phế phẩm là 2% và với chính phẩm là 1%.
- Tính tỷ lệ phế phẩm của nhà máy sau khi đã dùng thiết bị đó kiểm tra.
  - Tìm tỷ lệ sản phẩm của nhà máy bị thiết bị đó kết luận nhầm.
20. Qua điều tra các cặp vợ chồng, người ta thấy có 30% số bà vợ, 50% số ông chồng thường xem kênh thể thao, song nếu thấy vợ xem thì tỷ lệ chồng xem cùng là 60%.
- Tìm tỷ lệ cặp vợ chồng thường cùng xem kênh thể thao.
  - Tìm tỷ lệ cặp vợ chồng mà nếu chồng xem thì vợ xem cùng.
  - Tìm tỷ lệ cặp vợ chồng mà nếu chồng không xem thì vợ vẫn xem.
21. Một người đi làm theo hai con đường với tỷ lệ là 40% số ngày đi qua cầu, 60% số ngày đi qua đường ngầm. Nếu đi qua đường ngầm thì có 75% số ngày về trước 6 giờ tối, nếu đi qua cầu thì có 70% số ngày về trước 6 giờ tối.
- Tìm tỷ lệ số ngày anh ta đi làm về trước 6 giờ tối.
  - Nếu hôm nay anh ta đi làm về sau 6 giờ tối thì xác suất anh ta đi qua cầu bằng bao nhiêu ?
22. Một kết sắt có 3 khóa điện tử hoạt động độc lập. Xác suất các khóa bị hỏng trong một khoảng thời gian nào đó tương ứng là 0.001, 0.002 và 0.003
- Lập bảng phân bố số khóa bị hỏng.
  - Xác suất không mở được kết là bao nhiêu ?
23. Có một bệnh nhân mà bác sỹ chẩn đoán mắc bệnh A với xác suất 70%, mắc bệnh B với xác suất 30%. Để có thêm thông tin chẩn đoán, bác sỹ đã cho xét nghiệm sinh hóa. Sau 3 lần xét nghiệm thấy có 1 lần dương tính, biết rằng khả năng dương tính trong mỗi lần xét nghiệm với bệnh A và B tương ứng là 10% và 30%. Hãy cho biết nên chẩn đoán bệnh nhân mắc bệnh nào?
24. Một máy bay xuất hiện ở vị trí A với xác suất  $\frac{3}{5}$  và ở vị trí B với xác suất  $\frac{2}{5}$ . Có hai phương án bố trí bốn khẩu pháo bắn máy bay như sau:  
 Phương án 1. 3 khẩu tại A và 1 khẩu tại B.  
 Phương án 2. 2 khẩu tại A và 2 khẩu tại B.  
 Tìm phương án tốt hơn trong hai phương án trên. Biết rằng các khẩu pháo hoạt động độc lập và xác suất bắn trúng của mỗi khẩu là 0.75.
25. Hai nhà máy sản xuất những linh kiện giống nhau. Nhà máy 1 sản xuất 1000 linh kiện, trong đó có 30 linh kiện hỏng. Nhà máy 2 sản xuất 2000 linh kiện, trong đó có 80 linh kiện hỏng. Chọn ngẫu nhiên 1 linh kiện và thấy rằng nó bị hỏng. Tìm xác suất nó do nhà máy 1 sản xuất.
26. Lô hàng 250 chip bán dẫn trong đó có chứa 20 chip bị hỏng. Lần lượt chọn ngẫu nhiên 2 cái (không lặp lại).
- Tính xác suất cái thứ nhất bị hỏng.
  - Xác suất cái thứ 2 bị hỏng bằng bao nhiêu ?
  - Tính xác suất để cả 2 cái đều bị hỏng.
27. Trong cộng đồng, tỷ lệ người mắc bệnh A nào đó là 0.1. Người ta tiến hành xét nghiệm T một lần để tìm ra người bị bệnh. Một người không có bệnh xét nghiệm cho kết quả âm tính với xác suất là 0.95. Một người có bệnh xét nghiệm cho kết quả dương tính là 0.99.
- Tìm tỷ lệ xét nghiệm cho kết quả dương tính.
  - Tìm tỷ lệ bệnh nhân bị kết luận nhầm do xét nghiệm đó.
  - Nếu xét nghiệm cho kết quả dương tính thì xác suất bệnh nhân mắc bệnh là bao nhiêu?

d) Nếu xét nghiệm hai lần thì tỷ lệ bệnh nhân bị kết luận nhầm bằng bao nhiêu?

28. Xét thí nghiệm ném phi tiêu vào một cái bia hình tròn bán kính 1 đơn vị. Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ khoảng cách từ điểm phi tiêu chạm vào bia tới tâm của bia. Giả sử phi tiêu luôn rơi vào bia và chạm vào mọi điểm của bia với khả năng như nhau. Tìm  $P(X < a)$ ,  $P(a < X < b)$  trong đó  $a < b \leq 1$ .
29. Một nguồn thông tin sinh ra các tín hiệu là các chữ cái  $a, b, c, d$  một cách ngẫu nhiên với xác suất  $P(a) = 1/2$ ,  $P(b) = 1/4$ ,  $P(c) = P(d) = 1/8$ . Các tín hiệu được mã hóa thành mã nhị phân như sau:  $a \sim 0$   $b \sim 10$   $c \sim 110$   $d \sim 111$ . Gọi  $X$  là biến ngẫu nhiên chỉ độ dài của mã (số chữ số 0,1 trong mã). Lập bảng phân bố của  $X$ .
30. Một công nhân phụ trách 3 máy dệt tự động. Trong một giờ, xác suất các máy cần sự điều chỉnh là 0.1, 0.2 và 0.3. Gọi  $X$  là số máy cần sự điều chỉnh trong một giờ. Lập bảng phân bố xác suất của  $X$ . Tính kỳ vọng của  $X$ .
31. Xét biến ngẫu nhiên  $X$  có phân bố chuẩn với tham số  $\mu = -1$ ,  $\sigma^2 = 4$ . Viết ra hàm mật độ của  $X$  và tính các xác suất  $P(X \geq 0)$ ,  $P(X < -0.5)$ ,  $P(-2 < X < 1)$ .
32. Có một dây chuyền sản xuất điện trở 1000-ohm ( $\Omega$ ). Các điện trở sản xuất ra được coi là đạt tiêu chuẩn nếu trị số của nó sai lệch không quá 10%. Ký hiệu  $X$  là trị số của điện trở. Giả sử  $X$  có phân bố chuẩn với trung bình 1000 và phương sai 2500, tìm tỷ lệ điện trở sản xuất ra mà đạt yêu cầu của dây chuyền đó.
33. Biết rằng các đĩa nhạc sản xuất bởi công ty A bị hỏng với xác suất 0.01. Công ty bán đĩa thành lô 10 chiếc một với lời đảm bảo là sẽ thay cả lô nếu trong lô đó có quá 1 đĩa bị hỏng. Tìm xác suất để một lô được rút ra bị thay thế.
34. Cho  $f(x) = \begin{cases} a \cdot |\sin x| & \text{khi } x \in [-\pi; \pi] \\ 0 & \text{khi } x \notin [-\pi; \pi] \end{cases}$
- Tìm  $a$  để  $f(x)$  là hàm mật độ xác suất của bnn  $X$  nào đó.
  - Tính kỳ vọng, phương sai của  $X$ .
  - Tìm hàm phân bố của  $X$ .
  - Tính  $P(0 < X < \pi/2)$ .
35. Cho  $X$  là bnn có hàm mật độ  $f(x) = \begin{cases} a \cdot |x| \cdot (4 - x^2) & \text{khi } x \in [-2; 2] \\ 0 & \text{khi } x \notin [-2; 2] \end{cases}$
- Tìm hàm phân bố xác suất của  $X$ .
  - Tính kỳ vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của  $X$ .
  - Tính  $P(-1 < X < 1)$ .
  - Quan sát 5 lần về  $X$ . Tính xác suất được 2 lần  $X$  nhận giá trị âm.
  - Cho  $Y = |X|$ . Hãy tính kỳ vọng và phương sai của  $Y$ .
  - Quan sát  $X$  đến khi nào được giá trị lớn hơn 1 thì dừng lại. Gọi  $Z$  là số lần phải quan sát. Lập bảng phân bố xác suất của  $Z$ .
  - Tìm số lần quan sát trung bình để đạt được yêu cầu như trên.
36. Cho  $X$  là bnn có hàm phân bố  $F(x) = k + \frac{1}{\pi} \arctan x$
- Tìm  $k$ .
  - Tìm hàm mật độ của  $X$ .
  - Tính  $P(0 < X < \sqrt{3})$ .
  - $X$  có kỳ vọng không? Tại sao?
37. Một thiết bị điện tử có tuổi thọ (giờ) là biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm mật độ dạng  $f(x) = \begin{cases} k \cdot x^3 e^{-x} & \text{khi } x \geq 0 \\ 0 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$
- Tìm  $k$ , tính tuổi thọ trung bình của thiết bị đó và xác suất thiết bị đó hỏng trong 2 giờ đầu làm việc.

- b) Nếu biết rằng sau 2 giờ đầu làm việc vẫn thấy thiết bị đó hoạt động tốt thì xác suất thiết bị đó bị hỏng trong 2 giờ tiếp theo là bao nhiêu ?
- c) Trong một ca làm việc 4 giờ, người ta dùng 1 thiết bị mới và để dự phòng 1 thiết bị (cũng mới). Tính xác suất cả hai thiết bị đó đều bị hỏng khi chưa hết ca làm việc.

38. Cho hàm số 
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \leq 2 \\ (x-2)^2 & \text{khi } 2 < x < 3 \\ 1 & \text{khi } x \geq 3 \end{cases}$$

- a) Chứng tỏ rằng  $F(x)$  là hàm phân bố xác suất của bnn  $X$  nào đó.
- b) Tìm hàm mật độ của  $X$ .
- c) Tính kỳ vọng, phương sai, độ lệch chuẩn và median của  $X$ .
- d) Tính  $P(|3X - 5| > 1)$ .
- e) Tìm hàm mật độ của  $Y = X - 2$ .

39. Cho 
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \notin (0; 2) \\ a.x^2 & \text{khi } x \in (0; 1) \\ b.(x-2)^2 & \text{khi } x \in [1; 2) \end{cases}$$

- a) Tìm  $a$  và  $b$  để  $f(x)$  là hàm mật độ xác suất của bnn  $X$  nào đó.
- b) Tìm hàm phân bố của  $X$ .
- c) Biết kỳ vọng của  $X$  bằng  $\frac{3}{4}$ . Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của  $X$ .
- d) Tính  $P(-1 < X < 2)$ .
- e) Với  $a, b$  là các tham số, hãy xác định  $a, b$  để phương sai của  $X$  bé nhất. Tìm giá trị phương sai khi đó.

40. Tuổi thọ (giờ) của một thiết bị điện tử là biến ngẫu nhiên có hàm mật độ là 
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } x \leq 0 \\ k.(x+1)^{-3} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

- a) Tìm tuổi thọ trung bình của thiết bị đó.
- b) Tìm tỷ lệ thiết bị bị hỏng ngay trong 5 giờ đầu vận hành.
- c) Nếu biết rằng thiết bị này đã hoạt động được 5 giờ thì xác suất nó bị hỏng trong 5 giờ tiếp theo là bao nhiêu?
- d) Một cơ quan trang bị 10 thiết bị như thế cùng làm việc, tính xác suất sau 1 ngày làm việc tất cả các thiết bị đều phải thay.

41. Cho  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ  $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ . Tìm kỳ vọng, phương sai và hàm phân bố của  $Y = \min\{1, |X|\}$ .

42. Cho biến ngẫu nhiên  $X$  có hàm mật độ là: 
$$f(x) = \begin{cases} kx^{-2} & \text{khi } x \geq 1 \\ 0 & \text{khi } x < 1. \end{cases}$$

- a) Tìm hằng số  $k$ , hàm phân bố của  $X$  và  $P(X < 3)$ .
- b) Tìm hàm mật độ của biến ngẫu nhiên  $Y = \frac{1}{X}$ .
- c) Tính kỳ vọng và phương sai của  $Y$ .

43. Cân nặng của một gói đường (đóng tự động bằng máy) là đại lượng ngẫu nhiên  $X$  có phân bố chuẩn với trung bình bằng 1012 gam. Trong 1000 gói có 70 gói nặng hơn 1015 gam. Hãy ước lượng xem độ lệch chuẩn của  $X$  và có bao nhiêu % số gói đường có cân nặng dưới 1008 gam.

44. Người ta phát hiện ra rằng trong một cuốn tiểu thuyết có 13.5% số trang không có lỗi đánh máy và số lỗi đánh máy trong một trang tuân theo phân bố Poisson. Tìm số lỗi trung bình trong mỗi trang và tỷ lệ số trang có không quá một lỗi đánh máy.
45. Trong một thành phố có 46% dân số dưới 30 tuổi. Chọn ngẫu nhiên 100 người. Tính xác suất có hơn nửa số người trong mẫu có tuổi dưới 30. Xác suất đó bằng bao nhiêu khi ta chọn mẫu gồm 225 người?
46. Một máy đếm được đặt gần một nguồn phóng xạ. Biết rằng xác suất một hạt phát ra từ nguồn phóng xạ được ghi lại trong máy đếm là  $10^{-4}$ . Giả sử trong thời gian quan sát có 40 000 hạt được phát ra từ nguồn phóng xạ đó.
- Tính xác suất máy đếm ghi được trên 5 hạt.
  - Tính số hạt ít nhất mà nguồn phóng xạ đó cần phát ra sao cho với xác suất hơn 0.945 máy đếm ghi được không ít hơn 4 hạt.
47. Biết rằng  $X$  là đại lượng ngẫu nhiên có kỳ vọng bằng 1 và phương sai bằng 0.04. Chỉ ra rằng  $P(0.5 < X < 1.5) \geq 0.84$  và  $P(0 < X < 2) \geq 0.96$
48. Cho biến ngẫu nhiên hai chiều  $(X, Y)$  có phân bố như sau:

X \ Y	-1	0	1	2	3
-2	0.04	0.07	0.02	0	0
-1	0.02	0.14	0.06	0.07	0
0	0	0.17	0.12	0.08	0.06
1	0	0	0.09	0.04	0.02

- Tìm phân bố xác suất của  $X$  và của  $Y$ .
  - Tính  $P(X > Y)$ .
  - Tìm phân bố xác suất của  $X$  khi  $Y$  bằng 0. Tính giá trị trung bình của  $X$  khi  $Y$  bằng 0.
  - Xét tính độc lập của  $X$  và  $Y$ .
  - Tính hệ số tương quan giữa  $X$  và  $Y$ .
49. Hai xạ thủ A và B độc lập cùng bắn vào một bia. Xác suất bắn trúng của mỗi người tương ứng là 0.6 và 0.7. Xạ thủ A được bắn 4 viên, xạ thủ B được bắn 3 viên. Gọi  $X$  và  $Y$  tương ứng là số viên bắn trúng của A và B.
- Tìm phân bố xác suất của  $X$  và  $Y$ . Tìm số viên đạn trung bình mà mỗi người bắn trúng.
  - Tính xác suất có 5 viên đạn trúng bia.

50. Cho vector ngẫu nhiên  $(X, Y)$  có hàm mật độ  $f(x, y) = \frac{a}{(16 + x^2)(25 + y^2)}$

- Tìm hằng số  $a$ .
- Tìm hàm phân bố của  $(X, Y)$ .
- Tính  $P(4 < X < 4\sqrt{3}, 0 < Y < 5)$ .
- Tìm hàm mật độ của  $X$  và của  $Y$ .
- Xét tính độc lập của  $X$  và  $Y$ .
- Tìm các hàm mật độ điều kiện  $f(x|y)$  và  $f(y|x)$ .

51. Cho  $(X, Y)$  có hàm mật độ  $f(x, y) = \begin{cases} a(x^2 + y^2) & \text{khi } x, y \in [0; 1] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

- Tìm  $a$ .
- Tìm hàm mật độ của  $X$  và  $Y$ .
- Tính hệ số tương quan của  $X$  và  $Y$ .
- Tính  $P(X > Y)$ .
- Quan sát cặp  $(X, Y)$  cho tới khi nào được  $X > 2Y$ . Tính xác suất phải quan sát đến lần thứ 3.

f) Tìm hàm mật độ của  $Z = X + Y$ .

g) Tính  $P(X + Y > 1)$ .

h)  $X$  và  $Y$  có độc lập không?

52. Cho vector ngẫu nhiên  $(X, Y)$  có hàm mật độ  $f(x, y) = \begin{cases} a & \text{khi } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

a) Tìm  $a$ .

b) Tính  $P(|X - Y| \leq 1)$ .

c) Tính hệ số tương quan giữa  $X$  và  $Y$ ,  $X$  và  $Y$  có độc lập không?

53. Một người đi làm bằng xe buýt. Hàng ngày anh ta đi ra bến xe trong khoảng thời gian từ 7h đến 7h10. Thời gian xe chạy từ bến đến cơ quan mất khoảng 30 đến 40 phút. Biết rằng cứ 15 phút lại có một chuyến xe buýt đi qua bến đó (thời gian chờ đợi xe từ 0 đến 15 phút). Giả sử  $X$  là thời gian anh ta đến bến,  $Y$  là thời gian chờ xe và  $Z$  là thời gian xe chạy có phân bố đều. Tính xác suất anh ta đến cơ quan trước 8h.

54. Cho  $X$  và  $Y$  là hai đại lượng ngẫu nhiên có  $EX = 35, EY = 20, DX = 36, DY = 16$  và  $\rho(X, Y) = 0.8$ . Hãy tính kỳ vọng và phương sai của  $Z = 2X - 3Y$ .

55. Xác suất một hạt giống nảy mầm là 80%. Gieo 200 hạt giống. Tính xác suất có ít nhất 150 hạt nảy mầm.

## Bài tập Thống kê

1. Điều tra thu nhập hàng tháng (triệu đồng) của 140 hộ kinh doanh người ta thu được số liệu sau:

Thu nhập	8-8.5	8.5-9	9-9.5	9.5-10	10-10.5	10.5-11	11-11.5	11.5-12
Số hộ	5	13	9	21	34	27	19	12

- a) Xây dựng đa giác tần suất .
  - b) Tính  $\bar{X}, s, \hat{s}$ .
  - c) Ước lượng thu nhập trung bình.
  - d) Với độ tin cậy 95%, thu nhập trung bình của các hộ kinh doanh nằm trong khoảng nào?
  - e) Ước lượng tỷ lệ số hộ có thu nhập trên 11 triệu.
  - f) Với độ tin cậy 90%, tỷ lệ trên cao nhất bằng bao nhiêu?
  - g) Với mức ý nghĩa 5%, có thể nói tỷ lệ hộ có thu nhập dưới 11 triệu chiếm 90% được không?
2. Quan sát chiều cao của 100 sinh viên nam và 150 sinh viên nữ ta thu được số liệu: Chiều cao trung bình của sinh viên nam  $\bar{X} = 164.7cm$ , độ lệch chuẩn mẫu  $s_x = 8.25cm$ ; chiều cao trung bình của sinh viên nữ  $\bar{Y} = 161.3cm$ , độ lệch chuẩn mẫu  $s_y = 8.5cm$
- a) Với độ tin cậy 90% hãy ước lượng chiều cao trung bình của sinh viên nam và nữ.
  - b) Với độ tin cậy 90%, hãy ước lượng độ chênh lệch chiều cao trung bình của sinh viên nam và nữ.
  - c) Với mức ý nghĩa 5% có thể nói chiều cao trung bình của sinh viên nam hơn chiều cao trung bình của sinh viên nữ là 4cm được không?
3. Trong một mẫu gồm 500 viên thuốc được đập tự động bằng máy người ta thấy có 60 viên bị sứt.
- a) Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng tỷ lệ số viên thuốc bị sứt mẻ do máy đập đó tạo ra.
  - b) Với mức ý nghĩa 10% có thể nói tỷ lệ đó lớn hơn 10% không?
  - c) Nếu muốn ước lượng ở a) chính xác gấp đôi thì mẫu cần có bao nhiêu viên thuốc.
4. Muốn biết số cá trong hồ lớn người ta bắt lên 2000 con cá, đánh dấu xong lại thả xuống hồ. Sau đó người ta bắt lên 400 con và thấy có 30 con bị đánh dấu. Dựa vào kết quả đó hãy ước lượng tỷ lệ cá bị đánh dấu và số cá có trong hồ với độ tin cậy 95%.
5. Để ước lượng tỷ lệ hàng xấu  $p$  trong một kho hàng lớn ta kiểm tra ngẫu nhiên từng sản phẩm trong kho hàng đó. Nếu muốn sai số của ước lượng không quá 0.01 và độ tin cậy 0.95 thì cần kiểm tra bao nhiêu sản phẩm. Giả sử người ta đã kiểm tra 500 sản phẩm và thấy có 60 sản phẩm hỏng. Hãy ước lượng tỷ lệ  $p$  với độ tin cậy 0.90, tìm sai số ước lượng.
6. Đo độ chịu lực (ĐCL) của 200 mẫu bê tông người ta có số liệu sau
- |                           |         |         |         |         |         |         |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ĐCL (kg/cm <sup>2</sup> ) | 190-200 | 200-210 | 210-220 | 220-230 | 230-240 | 250-250 |
| Số mẫu                    | 10      | 26      | 56      | 64      | 30      | 14      |
- a) Hãy ước lượng độ chịu lực trung bình của bê tông và tỷ lệ bê tông loại 1 (có độ chịu lực lớn hơn 220kg/cm<sup>2</sup>)
  - b) Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng độ chịu lực trung bình của bê tông.
  - c) Với độ tin cậy 0.9, hãy ước lượng tỷ lệ bê tông loại 1.
  - d) Với mức ý nghĩa 5%, có thể nói tỷ lệ bê tông loại 1 là hơn 50% không?
7. Mức quy định cho mỗi gói bánh được đóng gói tự động là 225g. Kiểm tra ngẫu nhiên 81 gói thì thấy khối lượng trung bình là 210g với độ lệch mẫu là 36g.
- a) Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm tra xem bánh có được đóng gói đúng quy định không.
  - b) Hãy ước lượng khối lượng trung bình của các gói bánh với độ tin cậy 90%.
8. Được biết nhịp tim trung bình của nam thanh niên là 72 lần/phút. Kiểm tra ngẫu nhiên 64 thanh niên làm việc dưới hầm lò thấy nhịp tim trung bình là 74 lần/phút với độ lệch mẫu là 9 lần/phút. Hãy kiểm tra xem làm việc dưới hầm lò có làm tăng nhịp tim không, mức ý nghĩa là 0.05.
9. Điều tra mức chi tiêu hàng năm của 100 công nhân ở một công ty thu được số liệu sau:

Mức chi tiêu (triệu đồng/năm)	15,6	16,0	16,4	16,8	17,2	17,6	18,0
Số công nhân	10	14	26	28	12	8	2

- a) Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng số công nhân của công ty có mức chi tiêu trung bình hàng tháng trên 1.4 triệu đồng, biết công ty có 2000 công nhân.
- b) Nếu năm trước mức chi tiêu trung bình mỗi công nhân là 15 triệu đồng/năm thì với mức ý nghĩa 0.05 có thể nói mức chi tiêu trung bình của mỗi công nhân năm nay cao hơn năm trước không? Giả thiết mức chi tiêu của công nhân có phân bố chuẩn.
- 10.** Một máy sản xuất tự động với tỷ lệ chính phẩm 98%. Sau một thời gian hoạt động, người ta nghi ngờ tỷ lệ trên đã bị giảm. Kiểm tra ngẫu nhiên 500 sản phẩm thấy có 28 phế phẩm, với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm tra xem chất lượng làm việc của máy có còn được như trước hay không?
- 11.** Trong điều kiện bình thường, một kho hạt giống có tỷ lệ nảy mầm là 90%. Do điều kiện thời tiết thay đổi, nên người ta kiểm tra lại chất lượng hạt giống bằng cách: gieo 300 hạt, thấy có 220 hạt nảy mầm. Hỏi với mức ý nghĩa  $\alpha = 0.05$ , thời tiết có ảnh hưởng xấu tới tỷ lệ nảy mầm của hạt giống hay không?
- 12.** Để so sánh tuổi thọ  $X$  và  $Y$  của hai loại bóng đèn được sản xuất ra trước và sau khi cải tiến kỹ thuật người ta tiến hành kiểm tra ngẫu nhiên 100 bóng được sản xuất ra trước khi cải tiến và 120 bóng được sản xuất ra sau khi cải tiến. Kết quả trung bình mẫu và phương sai mẫu như sau:  
Trước cải tiến:  $\bar{x} = 1200$ ;  $s_x^2 = 26^2$       Sau cải tiến:  $\bar{y} = 1250$ ;  $s_y^2 = 34^2$ .
- Giả sử  $X, Y$  có phân bố chuẩn với phương sai như nhau.
- a) Hãy kiểm tra xem cải tiến kỹ thuật có làm tăng tuổi thọ trung bình của bóng không?  $\alpha = 0.1$
- b) Cải tiến kỹ thuật đã làm tăng tuổi thọ trung bình lên ít nhất bao nhiêu phần trăm?  $\alpha = 0.1$
- c) Tìm khoảng tin cậy của  $\mu_y$  với độ tin cậy 0.95.
- 13.** Ở một vùng, tỷ lệ khách hàng dùng một loại sản phẩm là 60%. Sau một chiến dịch quảng cáo, người ta muốn đánh giá xem chiến dịch quảng cáo đó có đem lại hiệu quả thực sự không. Để làm điều đó, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 400 khách hàng thì thấy có 270 khách dùng loại sản phẩm kể trên. Với mức ý nghĩa 5%, hãy đánh giá xem chiến dịch quảng cáo có đem lại hiệu quả không?
- 14.** Trồng cùng một giống lúa trên hai thửa ruộng như nhau và bón hai loại phân khác nhau. Đến ngày thu hoạch, ta lấy ở thửa thứ nhất 100 bông lúa thấy số hạt trung bình mỗi bông là  $\bar{X} = 70$  hạt và độ lệch chuẩn mẫu là  $S_x = 25$  hạt. Thửa thứ hai lấy mẫu 120 bông lúa, thấy số hạt trung bình mỗi bông  $\bar{Y} = 78$  hạt và độ lệch chuẩn mẫu là  $S_y = 20$  hạt.
- a) Hãy kiểm tra xem hai loại phân bón đó có ảnh hưởng khác nhau tới năng suất lúa không, mức ý nghĩa 10%.
- b) Hãy ước lượng số hạt trung bình trên mỗi bông ở hai thửa ruộng trên, độ tin cậy là 90%.
- c) Số hạt trung bình trên mỗi bông ở hai thửa trên chênh lệch nhau nhiều nhất là bao nhiêu? độ tin cậy là 95%.
- d) Hãy ước lượng phương sai của số hạt thóc trên mỗi bông lúa ở hai thửa nói trên, độ tin cậy 90%.
- e) Có ý kiến cho rằng lúa ở thửa thứ hai đều hơn lúa ở thửa thứ nhất. Với mức ý nghĩa 10%, hãy kiểm tra xem ý kiến đó có đáng tin cậy không?
- 15.** Khảo sát thu nhập bình quân hàng tháng một người trong hộ của một số gia đình ở thành phố năm 2010 người ta thu được số liệu ở bảng sau:

Thu nhập bình quân (triệu đồng / người / tháng)	Số hộ
2.0-3.0	5
3.0-3.5	8
3.5-4.0	18
4.0-4.5	30
4.5-5.0	24

Thu nhập bình quân (triệu đồng / người / tháng)	Số hộ
5.0-5.5	16
5.5-6.0	10
6.0-7.0	6
7.0-9.0	4

- Ước lượng thu nhập trung bình hàng tháng của một người trong hộ gia đình với độ tin cậy 95%.
- Những hộ có mức thu nhập trung bình trên 4 triệu đồng / người / tháng là những hộ có thu nhập cao. Hãy ước lượng tỷ lệ hộ có thu nhập cao với độ tin cậy 98%.
- Ước lượng thu nhập trung bình của mỗi người / tháng trong số các hộ có thu nhập cao với độ tin cậy 96%, giả thiết thu nhập trung bình của mỗi người trong các hộ gia đình có thu nhập cao có phân bố chuẩn.
- Nếu nói rằng thu nhập trung bình hàng tháng của mỗi người trong hộ gia đình ở thành phố đó là 5 triệu đồng thì có đáng tin cậy không, với mức ý nghĩa 5%?

16. Điều tra thu nhập của 400 công nhân ở Hà Nội, TP Hồ Chí Minh và Đà Nẵng, người ta thu được kết quả sau (đơn vị tính thu nhập là triệu đồng / năm)

Thu nhập	< 20	20 - 30	30 - 40
Thành phố			
Hà Nội	30	50	38
TP Hồ Chí Minh	55	180	82
Đà Nẵng	20	25	20

- Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm tra xem thu nhập của công nhân có phụ thuộc vào nơi họ làm việc không?
- Hãy kiểm tra xem tỷ lệ công nhân có thu nhập trên 30 triệu / năm ở ba thành phố trên có như nhau không, mức ý nghĩa 10%?

17. Khảo sát mức tiêu thụ điện của 400 hộ gia đình ở thành phố người ta có số liệu sau

Lượng điện tiêu thụ (kWh/ tháng)	Số hộ
70-100	40
100-130	100
130-160	120

Lượng điện tiêu thụ (kWh/ tháng)	Số hộ
160-190	70
190-220	40
220-250	30

- Hãy ước lượng mức tiêu thụ điện trung bình hàng tháng của các hộ gia đình với độ tin cậy 90%.
- Những hộ gia đình tiêu thụ trên 190 kWh/tháng là các hộ tiêu thụ nhiều điện. Hãy ước lượng tỷ lệ hộ tiêu thụ nhiều điện với độ tin cậy 95%.
- Nếu nói rằng tỷ lệ hộ tiêu thụ nhiều điện là không quá 25% thì có đáng tin cậy không? Mức ý nghĩa là 10%.
- Nếu nói rằng mức tiêu thụ điện trung bình của các hộ là không quá 160 kWh/tháng thì có đáng tin cậy không? Mức ý nghĩa 5%.

18. Để nghiên cứu tác động của hai loại phân bón đối với chiều cao của cây con giống người ta đã bón hai loại phân đó trên hai lô cây giống. Sau một thời gian người ta đo chiều cao của cây giống và có số liệu sau:

Chiều cao cây con dùng phân bón mới (cm)	39.2	29	28.5	33.5	41.7	37.2
	37.3	27.7	23.4	33.4	29.2	35.6

Chiều cao cây con dùng phân bón cũ (cm)	20.8	33.8	28.6	23.4	22.7	30.9
	31.0	27.4	19.5	29.6	23.2	18.7
	20.7	17.6	29.4	27.7	25.3	19.4

- Người ta nghi ngờ rằng loại phân mới tốt hơn loại phân cũ. Với mức ý nghĩa 10%, hãy kiểm tra xem nghi ngờ đó có đúng không?
- Hãy ước lượng chiều cao trung bình của cây con giống trên hai lô dùng hai loại phân đó với độ tin cậy 90%.
- Với độ tin cậy 96%, loại phân mới làm tăng chiều cao cây giống so với loại phân cũ ít nhất là bao nhiêu?

Giả thiết rằng chiều cao cây giống có phân bố chuẩn với phương sai như nhau.

19. Người ta dùng ba phương án xử lý hạt giống khác nhau, kết quả như sau:

	Phương án	I	II	III
Kết quả (hạt)				
Nảy mầm		360	603	490
Không nảy mầm		40	97	90

- Kiểm tra xem các phương án xử lý có tác dụng khác nhau với sự nảy mầm của hạt giống không? Mức ý nghĩa 5%.
- Tìm ra phương án xử lý tốt nhất với độ tin cậy 90%.
- Với độ tin cậy 90%, hãy tính xem tỷ lệ hạt nảy mầm cao nhất của phương án tốt nhất là bao nhiêu?

20. Khi nghiên cứu về tình trạng bỏ học sớm của học sinh miền núi người ta đã có cơ cấu tỷ lệ lý do bỏ học như sau:

Lý do bỏ học	Tỷ lệ (%)
Nhà nghèo	10
Đường đi học xa	25
Học mà không hiểu	13
Thấy học không cần thiết	37
Lý do khác	15

Lý do bỏ học	Số học sinh
Nhà nghèo	14
Đường đi học xa	20
Học mà không hiểu	17
Thấy học không cần thiết	28
Lý do khác	24

Sau 5 năm tiến hành nhiều biện pháp khác nhau nhằm thay đổi cơ cấu tỷ lệ lý do bỏ học, người ta thống kê và thu được số liệu ở bảng bên. Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm tra xem:

- Cơ cấu tỷ lệ lý do bỏ học có thay đổi không?
- Tỷ lệ học sinh bỏ học vì thấy việc học không cần thiết có giảm không?

21. Trong một vườn cây, tỷ lệ côn trùng có phân bố như sau

Nhện	Ong	Mọt ngũ cốc	Sâu xanh	Bướm
15%	20%	24%	36%	5%

Sau khi phun một loại thuốc trừ sâu, người ta bắt ngẫu nhiên một số côn trùng và được kết quả sau:

Nhện	Ong	Mọt ngũ cốc	Sâu xanh	Bướm
25 (con)	20	15	10	6

Hỏi rằng thuốc trừ sâu có làm thay đổi cơ cấu côn trùng trong vườn không?  $\alpha = 0.05$ .

22. Trước khi đưa ra thị trường một loại sản phẩm có kiểu dáng mới, người ta muốn xem phản ứng của khách hàng về kiểu dáng đó như thế nào. Một cuộc điều tra khách hàng theo các nhóm tuổi về kiểu dáng sản phẩm đã được tiến hành và thu được số liệu như sau:

Phản ứng \ Độ tuổi	< 20	20 - 25	25 - 35	35 - 45	> 45
	Thích	170	157	106	91
Không thích	60	43	64	49	66

Với mức ý nghĩa 5%, tỷ lệ khách hàng yêu thích kiểu dáng mới có phụ thuộc vào lứa tuổi không? Lứa tuổi nào yêu thích kiểu dáng mới nhất?

23. Khi nghiên cứu khả năng chịu đựng của cơ thể với một loại hóa chất, người ta đã tiêm hóa chất đó vào các con chuột có cùng thể trạng và theo dõi thời gian sống của chúng. Kết quả thu được như sau:

Lượng hóa chất (mg)	1	2	3	4	5	6
Thời gian sống (ngày)	30	20	20	12	10	5

- Tính hệ số tương quan mẫu giữa thời gian sống và lượng hóa chất được tiêm.
  - Viết phương trình đường hồi quy tuyến tính thực nghiệm của thời gian sống theo lượng hóa chất được tiêm.
  - Nếu một con chuột được tiêm 2.5 mg hóa chất đó thì nó có thể sống được bao nhiêu ngày?
24. Khi nghiên cứu về sự phụ thuộc giữa chiều cao của cha và chiều cao của con người ta thu được số liệu sau:

Chiều cao của cha (cm)	163	165	166	167	171	175
Chiều cao của con (cm)	168	164	170	173	169	180

- Tìm hệ số tương quan mẫu giữa chiều cao của cha và chiều cao của con.
  - Viết phương trình đường hồi quy tuyến tính thực nghiệm của chiều cao của con theo chiều cao của cha.
  - Nếu người cha có chiều cao 173 cm thì dự báo người con có chiều cao bao nhiêu?
25. Đo chiều cao  $Y$  và đường kính gốc  $X$  (đơn vị đo m) của một giống cây, gồm 20 cá thể được chọn ngẫu nhiên, ta có kết quả sau:

Chiều cao	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13
Đ.kính gốc	0.16	0.18	0.20	0.18	0.20	0.20	0.22	0.25	0.26	0.26
Số cây	1	3	3	1	3	3	2	1	2	1

- Tính hệ số tương quan mẫu giữa  $X$  và  $Y$
- Viết phương trình đường hồi quy tuyến tính thực nghiệm của  $Y$  theo  $X$ . Từ đó dự đoán chiều cao của cây có đường kính gốc là 0.30 m