HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ
KHOA Công nghệ Thông tin

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập – Tự do – Hạnh phúc

ĐỀ CƯƠNG CHI TIẾT HỌC PHẦN
GIẢI TÍCH I

1. Thông tin về giáo viên

TT	Họ tên giáo viên	Học hàm	Học vị	Đơn vị công tác (Bộ môn)
1	Tô Văn Ban	PGS	TS	Bộ môn Toán
2	Nguyễn Xuân Viên	PGS	TS	Bộ môn Toán
3	Tạ Ngọc Ánh	Giảng viên	TS	Bộ môn Toán
	Nguyễn Đức Nụ	Giảng viên	TS	Bộ môn Toán
4	Vũ Thanh Hà	Giảng viên chính	TS	Bộ môn Toán
5	Bùi Văn Định	Giảng viên	ThS	Bộ môn Toán
6	Bùi Hoàng Yến	Giảng viên	ThS	Bộ môn Toán
7	Nguyễn Thị Thanh Hà	Giảng viên	ThS	Bộ môn Toán
8	Nguyễn Văn Hồng	Giảng viên	ThS	Bộ môn Toán
9	Nguyễn Thu Hương	Giảng viên	ThS	Bộ môn Toán
10	Phạm Thế Anh	Giảng viên	ThS	Bộ môn Toán
11	Đào Trọng Quyết	Giảng viên	ThS	Bộ môn Toán
12	Nguyễn Hồng Nam	Giảng viên	ThS	Bộ môn Toán

Thời gian, địa điểm làm việc: Bộ Môn Toán, P1408, Nhà A1 (Gần đường HQ Việt)

Địa chỉ liên hệ: Bộ môn Toán, Khoa CNTT, Học viện KTQS, 236 Hoàng Quốc Việt, Từ Liêm, Hà Nội

Điện thoại, email: 069 515 330, bomontoan_hvktqs@yahoo.com

Các hướng nghiên cứu chính: Mô hình hồi quy, Phân tích chuỗi thời gian, Quá trình ngẫu nhiên, Tối ưu hóa, Hệ động lực

2. Thông tin chung về học phần

- Tên học phần: Giải tích I
- Mã học phần: 12.1.01.1.5
- Số tín chỉ: 4
- Học phần (bắt buộc hay lựa chọn): Bắt buộc
- Các học phần tiên quyết: Không
- Các yêu cầu đối với học phần (nếu có): Không.
- Giờ tín chỉ đối với các hoạt động:
  - Nghe giảng lý thuyết: 44
  - Làm bài tập trên lớp: 29
  - Kiểm tra: 2

- Thảo luận:
- Thực hành, thực tập (ở PTN, nhà máy, thực tập...):
- Hoạt động theo nhóm:
- Tự học: 75

- Khoa/Bộ môn phụ trách học phần, địa chỉ: Bộ Môn Toán, P1408, Nhà A1

3. Mục tiêu của học phần

Kiến thức: Người học nắm được những kiến thức cơ bản của phép tính vi tích phân 1 biến số; qua đó người học được rèn luyện tư duy toán học.

Kỹ năng: Vận dụng những kiến thức của Giải tích toán và các bài toán thực tế.

Thái độ, chuyên cần: Lên lớp đầy đủ, làm đủ bài tập về nhà, tích cực phát biểu ý kiến, chữa bài tập về nhà.

4. Tóm tắt nội dung học phần.

Hệ tiên đề số thực (có tiên đề về cận trên) được giới thiệu. Chương I còn giới thiệu về giới hạn của dãy số, hàm số, sự liên tục của hàm số. Chương II có các khái niệm về đạo hàm, về vi phân cấp I và cấp cao, các định lý về giá trị trung bình, công thức Taylor, các ứng dụng của phép tính tích phân đặc biệt là khảo sát đường cong dạng tham số, dạng tọa độ cực. Phép tính tích phân được giới thiệu trong chương III, bao gồm cả ứng dụng của nó cũng như tích phân suy rộng loại I và loại II. 21 tiết dành cho chuỗi gồm chuỗi số, chuỗi số dương, hay có dấu tùy ý. Chuỗi hàm số, chuỗi lũy thừa cũng như chuỗi Fourier được quan tâm dúng mức.

5. Nội dung chi tiết học phần.

Chương, mục, tiểu mục	Nội dung	Số tiết	Giáo trình, Tài liệu tham khảo	Ghi chú
Chương I	Giới hạn, liên tục của hàm 1 biến	**18**		
1.1	**Số thực** Hệ tiên đề về tập hợp các số thực Các tính chất của tập hợp $\mathbb{R}$ (các loại khoảng, tính chất Archimede, tính trù mật của $\mathbb{Q}$ trong $\mathbb{R}$) Lực lượng của tập hợp $\mathbb{R}$	2	1,2, 7	
1.2	**Giới hạn dãy số** Hội tụ- Phân kỳ Tính chất về thứ tự của các dãy HT Các phép toán về dãy hội tụ Dãy đơn điệu Dãy kề nhau	5	1,2,3,4	

	Dãy con và định lý Bolzano-Weierstrass Dãy cơ bản và nguyên lý Cauchy Số e			
1.3	**Hàm số một biến số** Định nghĩa, đồ thị hàm số Hàm số hợp Hàm chẵn, lẻ, tuần hoàn Hàm đơn điệu, hàm số ngược Hàm lũy thừa, mũ, logarit, lượng giác (đọc), lượng giác ngược, hyperbol	2	1,2,3,4	
1.4	**Giới hạn của hàm số** Các định nghĩa Các tính chất và phép toán về giới hạn hàm số Sử dụng VCB, VCL để tìm GH	4	1,2,3,46	
1.5	**Sự liên tục** Các định nghĩa Các tính chất sơ bộ Các tính chất của hàm liên tục trên 1 đoạn: Định lý Weierstrass, Định lý về sự triệt tiêu của hàm liên tục Liên tục đều: Định nghĩa, Định lý Heine - Cantor Hàm sơ cấp: Định nghĩa, tính chất	5	1,2,3,4	
Chương II	**Đạo hàm và vi phân**	**15**	1,2,3,4, 6	
2.1	**Đạo hàm và vi phân cấp 1** Định nghĩa, ý nghĩa hình học Các tính chất đại số của hàm khả vi tại 1 điểm Đạo hàm hàm hợp, ĐH hàm ngược Bảng các đạo hàm cơ bản (tự đọc) Đạo hàm theo tham số Đạo hàm 1 phía, đạo hàm vô cùng Vi phân: định nghĩa, ý nghĩa của vi phân, mối quan hệ hàm khả vi và có đạo hàm, tính bất biến của dạng vi phân cấp 1, ứng dụng của VP cấp 1.	4	1,2,3,4	

2.2	**Đạo hàm và vi phân cấp cao** Các định nghĩa Quy tắc tính	2	1,2,3,4, 6	
2.3	**Các định lý về giá trị trung bình** Định lý Rolle (Bổ đề Ferma) Định lý Lagrange Định lý Cauchy (không chứng minh) Quy tắc L' Hospital khử các dạng vô định	3	1,2,3,4	
2.4	**Công thức Taylor** Thiết lập và phát biểu định lý Công thức Maclaurin của các hàm sơ cấp	2	1,2,3,4	
2.5	**Các ứng dụng** Quy tắc tìm cực trị, giá trị lớn nhất, bé nhất (tự đọc) Lồi, lõm, điểm uốn Khảo sát hàm số $y = f(x)$ (tự đọc) Khảo sát đường cong cho dưới dạng tham số Khảo sát đường cong cho dưới dạng tọa độ cực	4	1,2,5, 6	
Chương 3	**Tích phân**	**18**	1,2,3,4, 6	
3.1	**Tích phân bất định** Định nghĩa, tính chất Bảng các tích phân cơ bản (tự đọc, lưu ý) Phương pháp tính TPBĐ: Biến đổi thông thường đưa về TP cơ bản, đổi biến , đặt biến, TP từng phần Tích phân các phân thức hữu tỷ Tích phân một số hàm vô tỷ Tích phân các hàm lượng giác	5	1,2,3,4	
3.2	**Tích phân xác định** Định nghĩa và các nhận xét mở đầu Các lớp hàm khả tích (không CM) Các tính chất của TPXĐ: TC tuyến	3	1,2,3,4	

	tính, hệ thức Sac lơ, tính chất liên quan đến thứ tự, ĐL trung bình 1, 2			
3.3	**Cách tính tích phân xác định** Tích phân xác định với cận trên biến thiên (định lý cơ bản của Giải tích) Công thức Newton - Lepnitz Đổi biến số Tích phân từng phần Tính gần đúng TPXĐ	4	1,2,3,4	
3.4	**Ứng dụng** Hai lược đồ áp dụng Tính diện tích hình phẳng (tọa độ Descartes: tự đọc, tham số, TĐ cực) Độ dài cung, thể tích Diện tích mặt tròn xoay (tự đọc) Tọa độ trọng tâm Moment tĩnh, moment quán tính, công… (tự đọc)	2	1,2,4	
3.5	**Tích phân suy rộng** Tích phân có cận vô hạn Các định nghĩa Tiêu chuẩn hội tụ: tiêu chuẩn so sánh, tiêu chuẩn Cauchy, hội tụ tuyệt đối, bán hội tụ, tiêu chuẩn Diricle (giới thiệu) Tích phân của hàm không bị chặn Các địng nghĩa Tiêu chuẩn hội tụ Đổi biến với TP suy rộng	4	1,2,3,4	
	Ôn Tập - Kiểm tra	**1+1**		
Chương 4	**Chuỗi**	**20**	1,3, 5, 6	
4.1	**Chuỗi số** Định nghĩa, điều kiện hội tụ, các tính chất của chuỗi hội tụ	1	1,3, 5,6	
4.2	**Chuỗi số dương** Định nghĩa và điều kiện hội tụ Tiêu chuẩn so sánh	4	1,3, 5,6	

	T. chuẩn D'Alambert và TC Cauchy Tiêu chuẩn tích phân			
4.3	**Chuỗi có dấu bất kỳ** Các định nghĩa HT tuyệt đối, bán HT Chuỗi đan dấu Các tính chất của chuỗi HT tuyệt đối và bán HT	4	1,3, 5,6	
4.4	**Chuỗi hàm số** Sự hội tụ, miền hội tụ Hội tụ đều: định nghĩa, tiêu chuẩn Cauchy, tiêu chuẩn Weierstrass, Tính chất của chuỗi hàm HT đều	4	1,3, 5,6	
4.5	**Chuỗi lũy thừa** Khái niệm về CLT, miền hội tụ Tính chất Chuỗi Taylor và chuỗi Maclaurin: định nghĩa, điều kiện để hàm số khai triển được thành chuỗi Taylor, khai triển Maclaurin của các hàm sơ cấp Ứng dụng: Tính giá trị gần đúng của hàm số, tính GT gần đúng của TP, giải PT vi phân (giới thiệu).	3	1,3, 5,6	
4.6	**Chuỗi Fourier** Chuỗi Fourier và hệ số của nó Điều kiện khai triển Khai tiển hàm tuần hoàn chu kỳ 2l Khai triển hàm bất kỳ	4	1,3, 5,6	
Ôn tập – Kiểm tra cuối học phần		2+1		
Tổng		75		

6. Giáo trình, tài liệu tham khảo

TT	Tên giáo trình, tài liệu	Tình trạng giáo trình, tài liệu			
	Giáo trình	Có ở thư viện (website)	Giáo viên hoặc khoa có	Đề nghị mua mới	Đề nghị biên soạn
1	Giáo trình Giải tích 1, Tô Văn Ban, Nxb Giáo dục, 2012			x	
2	Giải tích 1, Trần Bình, Nxb KH&KT, 2007	x			
	Toán học cao cấp (T2,3), Nguyễn	x			

	Đình Trí và …, Nxb G.Dục, 2007				
3	Tài liệu tham khảo				
4	Bài tập giải tích, Nguyễn Xuân Viên, HvKTQS, 2006	x			
5	Bài tập Giải sẵn giải tích I, Trần Bình, KH&KT, 2007	x	x		
6	Calculus (Early Transcendentals), James Steward, 6th edit, Thomson Brooks Cole, 2008		x		

7. Hình thức tổ chức dạy học

7.1. Lịch trình chung: (Ghi tổng số giờ cho mỗi cột)

Nội dung	Hình thức tổ chức dạy học học phần					Tổng
	Lên lớp			T.h., t.n., t.t	Tự học, tự ng.cứu	
	Lý thuyết	Bài tập	Thảo luận			
1. Số thực, Giới hạn dãy số	3 2				5	10
2. Giới hạn dãy số, Hàm 1 biến Giới hạn hàm số,	1 1 1	2			5	10
3. Hàm 1 biến Giới hạn hàm số, Sự liên tục	 1 2	1 1			5	10
4. Giới hạn hàm số, Sự liên tục, Đạo hàm, vi phân cấp I	 1 2	1 1			5	10
5. Sự liên tục, Đạo hàm, vi phân cấp I, Đạo hàm, vi phân cấp cao Các Đ.lý về GT trung bình,	 1 1	1 2			5	10
6. Đạo hàm, vi phân cấp cao Các Đ.lý về GT trung bình, Công thức Taylor Các ứng dụng,	 1 1 1	1 1			5	10
7. Công thức Taylor Các ứng dụng Tích phân bất định	 1 2	1 1			5	10
8. Các ứng dụng (của ĐH) Tích phân bất định Tích phân XĐ	 1 2	1 1			5	10
9. Tích phân bất định Tích phân XĐ Cách tính TPXĐ Ứng dụng	 2 1	1 1			5	10

10. Cách tính TPXĐ Ứng dụng Tích phân suy rộng Ôn tập	 2 1	1 1			5	10
11. Tích phân suy rộng Kiểm tra Chuối số Chuối số dương	 1 1 1	2			5	10
12. Chuỗi số dương Chuỗi có dấu tùy ý	1 2	2			5	10
13. Chuỗi có dấu tùy ý, Chuỗi hàm số Chuỗi lũy thừa	 1 2	2			5	10
14. Chuỗi hàm số, C lũy thừa Chuỗi Fourier	 2	3			5	10
15 . Chuỗi Fourier Ôn tập Kiểm tra	 2 1	2			5	10
Tổng	45	30				

7.2. Lịch trình tổ chức dạy học cụ thể

Bài giảng1: Số thực + Giới hạn dãy số

Chương I Mục 1.1 + 1.2

Tiết thứ: 1 - 5 Tuần thứ: 1

- ***Mục đích, yêu cầu***:
  - Nắm sơ lược về Học phần, các chính sách riêng của giáo viên, địa chỉ Giáo viên, bầu lớp trưởng Học phần.
  - Nắm được vài khái niệm về tập số như sup, inf, định lý về cận trên;
  - Tìm giới hạn của dãy thông thường, dãy đơn điệu;
  - Tìm giới hạn của hàm dùng các phép thay tương đương.
- ***Hình thức tổ chức dạy học***: Lý thuyết, thảo luận, tự học, tự nghiên cứu
- ***Thời gian*****:** Lý thuyết, thảo luận: 5t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t
- ***Địa điểm*****:** Giảng đường do P2 phân công.
- ***Nội dung chính*****:**

*** Giới thiệu môn học**

1.1. Số thực (2 tiết)

Mở đầu: Giới thiệu về các tập số

- Tiên đề số thực –

Cận, bị chặn: Định nghĩa, Supremum.

9 loại khoảng

Các tính chất cơ bản của tập các số số thực:

a. Các bất đẳng thức thường gặp

b. Giá trị tuyệt đối.

d. Cận trên: Nhắc lại,

Định lý (CM) $M = \mathrm{Sup}(A) \Leftrightarrow \begin{cases} M \ \text{là mét cËn trªn,} & (*) \\ \forall \varepsilon > 0,\ \exists a \in A:\ M - \varepsilon < a \le M. & (**) \end{cases}$

f. Tính chất Archimede - Phần nguyên

1.2. Giới hạn dãy số (3 tiết)

a**) Sự hội tụ - Phân kỳ:** Dãy số + Sự hội tụ, phân kỳ của dãy số

Định lý 1.6 (Tính duy nhất của giới hạn) (TL1, tr 24)

Giới hạn vô hạn: ĐN,

Định lý 1.8. (TL1, tr26) Mỗi dãy dần ra $+\infty$ đều bị chặn dưới. Tương tự, mỗi dãy dần ra $-\infty$ đều bị chặn trên (CM).

Tính chất về thứ tự của giới hạn

Định lý 1.9 (TL1, tr 26) **.** Giả sử $\{u_n\}, \{v_n\}$ là hai dãy thỏa mãn điều kiện $u_n \le v_n$ với $n \ge N$ nào đó và tồn tại các giới hạn $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = u;\ \lim\limits_{n\to\infty} v_n = v$. Khi đó $u \le v$.

Định lý 1.10 (TL1, tr 26)**.** Cho hai dãy $\{u_n\}, \{v_n\}$.

$$\left.\begin{matrix} \exists N \in \mathbb{N},\ \forall n > N,\ u_n \le v_n \\ \lim\limits_{n\to\infty} u_n = +\infty \end{matrix}\right\} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} v_n = +\infty.$$

Định lý 1.11 (Định lý kẹp) (TL1, tr 26). Cho $\{u_n\}, \{v_n\}, \{w_n\}$ là ba dãy. Nếu từ một chỉ số N nào đó trở đi xảy ra bất đẳng thức $u_n \le w_n \le v_n$ còn $\{u_n\}$ và $\{v_n\}$ cùng hội tụ đến giới hạn ℓ thì $\{w_n\}$ cũng hội tụ đến ℓ.

$$\begin{cases} \forall n > N,\ u_n \le w_n \le v_n; \\ \lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} u_n = \ell \end{cases} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} w_n = \ell.$$

+ Các phép toán về giới hạn (TL1, tr26)**.**

c) Dãy đơn điệu: Định nghĩa.

Định lý 1. 14 (TL1, tr31)**.** Dãy tăng (giảm), bị chặn trên (dưới) thì hội tụ (CM)

Định lý 1.15 (TL1, tr 31)**.** Hai dãy $\{u_n\}, \{v_n\}$ kề nhau thì chúng hội tụ đến cùng một giới hạn ℓ. Hơn nữa

$$u_n \le u_{n+1} \le \ell \le v_{n+1} \le v_n,\ \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Dãy con. Định nghĩa.

Định lý 1.17 (TL1, tr 34)**.** Cho $\{u_n\}$ là một dãy, còn ℓ là một số thực. Khi đó,

$$\lim_{n\to\infty} u_n = \ell \Leftrightarrow \begin{cases} \lim\limits_{n\to\infty} u_{2n} = \ell \\ \lim\limits_{n\to\infty} u_{2n+1} = \ell \end{cases}$$

Định lý (Bổ đề Bolzano-Weierstrass) (TL1, tr). Nếu $\{u_n\}$ có giới hạn ℓ thì mọi dãy con trích ra từ đó cũng có giới hạn ℓ.

- *Yêu cầu SV chuẩn bị*:

Đọc trước TL[1]: §1.2. Giới hạn dãy số tr 30 - 35

Tự đọc: Ví dụ cuối chương 1 (b, d, e)

<u>Bài tập về nhà cho cả Chương 1</u>

Bổ trợ: 3; 4(b); 7; 11; 17(b); 25(b).

Chính: 8(a, b, c); 9; 12(11 $\to$31, Chữa: 11, 14, 16, 18, 24, 27, 29, 31);

13(d $\to$i: Chữa: e, f, i); 14(a-f, Chữa: a, b, d, f); 15; 19(a, b); 20; 23.

Bài giảng 2: Giới hạn dãy số (tiếp) + Giới hạn, liên tục của hàm số

Chương I Mục 2.2 + 2.3

Tiết thứ: 6-10 Tuần thứ: 2

- ***Mục đích, yêu cầu***:

Giới hạn dãy số (tiếp): Một số hiểu biết bổ sung về GH dãy

Giới hạn, liên tục của hàm số: Nắm được vài tính chất ban đầu của GH hàm, tính được một số GH dãy ở bài trước

- ***Hình thức tổ chức dạy học:*** Lý thuyết, thảo luận, tự học, tự nghiên cứu

- ***Thời gian*****:** Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- ***Địa điểm*****:** Giảng đường do P2 phân công

- ***Nội dung chính*****:**

1.2 Giới hạn dãy số (tiếp)

Định nghĩa dãy con, giới hạn trên, dưới,

Dãy Cauchy. **Định lý** (Nguyên lý Cauchy)

Dãy $\{u_n\}$ là dãy Cauchy khi và chỉ khi nó hội tụ.

VD $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n}$

1.3. Hàm số một biến số

Hàm số chẵn, lẻ

Hàm số ngược, tính chất,

Các ví dụ: $y = x^2$, $y = \arcsin x,\ -1 \le x \le 1,\ y = \arctan x,\ x \in (-\infty, \infty)$

Các hàm sơ cấp cơ bản

Hàm sơ cấp

1.4. Giới hạn của hàm số

Định nghĩa

Một số tính chất ban đầu của giới hạn hàm số

Định lý 1.21 (Tính duy nhất của giới hạn) (TL1, tr55). Nếu hàm số nhận ℓ và ℓ' làm giới hạn tại x_0 thì $\ell = \ell'$.

Định lý 1.22 (Điều kiện cần để hàm số có giới hạn) (TL1, tr **56)**. Cho hàm số $y = f(x),\ x \in I$, trong đó I là một khoảng của $\mathbb{R}$. Nếu f(x) có giới hạn tại $x_0 \in \overline{I}$

VD. $f(x) = \frac{1}{x}\sin\frac{1}{x},\ x > 0$.

ĐL (ĐN giới hạn bằng dãy).

Định lý kẹp

Bài tập: Giới hạn dãy số (2 tiết): **(TL1, tr79-82)**

4(b); 8(a, b, c); 9; 12(11 $\to$31, Chữa: 11, 14, 16, 18).

- ***Yêu cầu SV chuẩn bị:*** Đọc trước TL[1], tr 54-59: Giới hạn hàm số (tiếp) + tr 68-71: §1.5. Sự liên tục của hàm số. Tự đọc TL[1], tr 39 -44: Sơ lược về hàm số + Mô hình toán học.

Bài giảng 3: Giới hạn hàm số (tiếp) + Sự liên tục của hàm số

Chương I Mục 1.4 + 1.5

Tiết thứ: 11-15 Tuần thứ: 3

- ***Mục đích, yêu cầu***:

Tìm giới hạn của hàm dùng các phép thay tương đương;

Nắm các định nghĩa, tính chất của hàm liên tục, liên tục trên đoạn kín, giới nội.

Tính được một số GH dãy ở bài trước, một số bài tập về hàm liên tục

- ***Hình thức tổ chức dạy học***: Lý thuyết, thảo luận, tự học, tự nghiên cứu
- ***Thời gian:***Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.
- **Địa điểm:** Giảng đường do P2 phân công
- **Nội dung chính:**

1.4 Giới hạn hàm số (1tiếp)

Giới hạn các hàm đơn điệu:

ĐL 1.25. (TL1, tr 59)

Cho $a, b \in \overline{\mathbb{R}} = [-\infty, +\infty]$, $y = f(x)$ là hàm số tăng trên (a, b).

(i) Nếu hàm f(x) bị chặn trên thì nó có giới hạn hữu hạn tại b và

$$\lim_{x \to b^-} f(x) = \sup_{x \in (a;\, b)} f(x).$$

(ii) Nếu hàm f(x) không bị chặn trên thì nó có giới hạn $+\infty$ tại b và

$$\lim_{x \to b^-} f(x) = +\infty.$$

Các phép toán về giới hạn hàm số:

Định lý 1.26. (TL1, tr59)

Cho $f(x),\ g(x),\ x \in I$ là hai hàm số trên khoảng mở rộng I; $a \in \overline{I}$ (bao đóng của I); $\lambda,\ \ell,\ \ell'$ là ba số thực. Khi đó

1. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \ell \Rightarrow \lim\limits_{x \to a} |f(x)| = |\ell|$.
2. $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to a} |f(x)| = 0$. …..

6. $\begin{cases} \lim\limits_{x \to a} f(x) = \ell \\ \lim\limits_{x \to a} g(x) = \ell' \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\ell}{\ell'}$.

Giới hạn quan trọng.

Vô cùng bé, vô cùng lớn

Các định nghĩa

Định lý 1.27 (Các phép toán về VCB).

Giả sử f(x), g(x), h(x) là những hàm xác định tại lân cận của x_0, $C \in \mathbb{R}$, $C \neq 0$.

1. $\begin{cases} f(x) = o(h(x)) \\ g(x) = o(h(x)) \end{cases} \Rightarrow f(x) + g(x) = o(h(x))$ ….

4. $\begin{cases} f(x) = o(h(x)) \\ g(x) \text{ bþ chÆn} \end{cases} \Rightarrow f(x)g(x) = o(h(x))$

VD 1.24. (TL1, tr 63) (i) $\lim\limits_{x \to 0} (x^2 / x) = 0 \Rightarrow x^2 = o(x)$ (khi $x \to 0$).

… (vii) $x \sim \sin x,\ x \sim \tan x \Rightarrow \sin x \sim \tan x$.

* Thay tương đương thừa số có giới hạn

Ví dụ 1.27. (TL1, tr 66)

(i) $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{\tan x} \right) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - \cos x}{\sin x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2 / 2}{x} = 0$.

(ii) …. (iii) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1 + 3\tan x)}{\sin 2x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3\tan x}{\sin 2x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3.x}{2x} = \dfrac{3}{2}$.

1.4.5. Biến thể của các giới hạn quan trọng (TL1, tr66)

1.5. Hàm số liên tục (2 tiết)

Định nghĩa

Ví dụ 1.28. (TL1, tr69)

. (i) Hàm Sa(x). Xét hàm $y = \dfrac{\sin x}{x}$. (ii) … (iii) $f(x) = \begin{cases} \sin\dfrac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

Các phép toán với các hàm số liên tục:

Định lý 1.29. (TL1, tr69)

Nếu f(x) và g(x) là những hàm liên tục tại $x_0 \in (a; b)$ thì

(a) $f(x) \pm g(x)$; $f(x)g(x)$; $|f(x)|$ liên tục tại x_0.

(b) $\forall C \in \mathbb{R}$, Cf(x) liên tục tại x_0.

(c) Nếu $g(x_0) \neq 0$ thì $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0.

Định lý 1.30 (Sự liên tục của hàm hợp) (TL1, tr 71)

(a) Cho $u = u(x)$, $x \in (a, b)$ là hàm liên tục tại $x_0 \in (a, b)$. Giả sử tập giá trị của hàm này chứa trong khoảng (c, d) và $z = f(u)$, $u \in (c, d)$ là hàm liên tục tại $u_0 = u(x_0)$. Khi đó hàm hợp $z = f(u(x))$ liên tục tại x_0.

(b) …

Hệ quả (Sự liên tục của hàm sơ cấp)

Hàm sơ cấp liên tục trên tập xác định của chúng.

Các tính chất của hàm số liên tục trên đoạn kín

Định lý 1.31 (Định lý về sự triệt tiêu của hàm liên tục) (TL1, tr 72)

Cho hàm số f(x) xác định và liên tục trên đoạn [a, b] sao cho f(a) f(b) < 0. Khi đó có điểm c trong khoảng (a, b) để f(c) = 0.

Hệ quả (Định lý về các giá trị trung gian). Hàm f(x) liên tục trên đoạn đóng [a, b] sẽ nhận mọi giá trị trung gian giữa f(a) và f(b).

Định lý 1.32 (Định lý Weierstrass). (TL1, tr 73)

Hàm f(x) liên tục trên đoạn đóng [a, b] sẽ nhận mọi giá trị trung gian giữa f(a) và f(b).

Định lý 1.34 (Sự liên tục của hàm ngược) (TL1, tr74)

Cho I là …. Gọi J là tập giá trị của f. Tồn tại hàm ngược $y = f^{-1}(x)$, $x \in J$ liên tục, đơn điệu thực sự, biến thiên cùng chiều với f.

Bài tập: (TL1, tr 82-84)Giới hạn hàm số (1 tiết) + Sự liên tục (1 tiết)

24, 27, 29, 31); 13(d $\rightarrow$i: Chữa: e, f, i); 14(a-f, Chữa: a, b, d, f);

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 72-76: Liên tục đều

Tự đọc TL [1], tr 68-68: Biến thể của các giới hạn quan trọng tr 76-77:   Ví dụ cuối chương

Bài giảng 4: Liên tục (tiếp - liên tục đều) + Đạo hàm và VP cấp 1

Chương I+ II   Mục 1.5 + 2.1

Tiết thứ: 16-20   Tuần thứ: 4

- ***Mục đích, yêu cầu***:

Nắm được định nghĩa, tầm quan trọng của liên tục đều.

Những khái niệm ban đầu về đạo hàm, mối liên hệ hàm có đạo hàm và khả vi

- ***Hình thức tổ chức dạy học:*** Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu
- **Thời gian:** Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.
- ***Địa điểm*****:** Giảng đường do P2 phân công
- ***Nội dung chính:***

1.5. Hàm số liên tục (tiếp -1 tiết)

Định nghĩa liên tục đều,

Ví dụ 1.31. (TL1, tr 75).

Định lý 1.35 (Định lý Heine-Cantor). Cho f(x) là hàm liên tục trên đoạn $[a,b]$, $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó f(x) liên tục đều trên [a, b]. (CM) (TL1, tr75).

2.1. Đạo hàm và vi phân cấp một (2 tiết)

Định nghĩa –

Ý nghĩa hình học - Tính chất.

Ví dụ 2.1. (TL1, tr 88) Xét sự tồn tại đạo hàm của các hàm số sau tại $x = 0$:

$$\text{(i) } y = |x|; \quad \text{(ii) } y = \sqrt{x}; \quad \text{(iii) } y = \operatorname{sgn} x, \ \text{(iv) } y = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ x\sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \end{cases}$$

Định nghĩa (ĐH trong khoảng, hàm đạo hàm).

Các phép toán với đạo hàm

Định lý 2.1. (TL1, tr 89) Cho hai hàm số u(x) và v(x) xác định trên (a, b), có đạo hàm tại $x_0 \in (a, b)$ còn C là một số thực. Khi đó:

$$(u+v)'(x_0) = u'(x_0) + v'(x_0);$$

$$(Cu)'(x_0) = Cu'(x_0);$$

$$(uv)'(x_0) = u'(x_0)v(x_0) + u(x_0)v'(x_0). \quad \ldots$$

Đạo hàm của hàm hợp: Định lý 2.2. (TL1, tr 90)

Đạo hàm của hàm ngược: Định lý 2.3. (TL1, tr90)

Giả sử hàm $y = y(x)$ xác định trên khoảng (a, b) và có tập giá trị là $J = \{y(x) : x \in (a, b)\}$. Nếu y(x) là hàm đơn điệu thực sự, khả vi và $y'(x) \neq 0$ trên (a, b) thì tồn tại hàm ngược $x = x(y)$ xác định, khả vi trên J và

$$x'(y) = \frac{1}{y'(x)},\ y \in J.$$

Đạo hàm một phía - Đạo hàm vô cùng:

Định nghĩa - Tính chất- Hệ quả

Vi phân : a. Định nghĩa –

Định lý 2.4- Hàm số $y = f(x),\ x \in (a, b)$ khả vi tại $x_0 \in (a, b)$ khi và chỉ khi f(x) có đạo hàm tại đó . Khi đó,

$$df(x_0) = f'(x_0)\Delta x = f'(x_0)dx.$$

Nếu f(x) khả vi tại mọi điểm $x_0 \in (a, b)$ thì ta nói f(x) khả vi trong khoảng (a, b) và vi phân của f(x) tại x được tính theo công thức:

$$df(x) = f'(x)dx.$$

Ví dụ 2.5 (TL1, tr 95) Tìm vi phân của hàm $y = x^5$ tại $x = 10$ và ứng với $\Delta x = 0{,}1$.

Tính bất biến dạng của vi phân cấp I

Các phép toán về vi phân - Ứng dụng

- Ví dụ 2.6. (TL1, tr 97) Tính giá trị gần đúng $A = \sqrt[5]{33}$

Đạo hàm của hàm ẩn:

Ví dụ 2.7. Lá Descartes có phương trình $x^3 + y^3 = 6xy$. Tìm y'; tìm tiếp tuyến (d) tại điểm (3,3).

- Ví dụ 2.8. **(TL1, tr** 99)

Tính vi phân của hàm ẩn y = y(x) xác định từ phương trình $x^y = y^x$.

Bài tập: Những bài còn lại của chương I

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr101-103: Đạo hàm và vi phân cấp cao

Tự đọc TL [1]: Ví dụ: VD 2.8; VD 2.16(a, b); 2.21; 2.26(a, b, d); 2.30(d); 2.33; VD 39; VD 2.40 (hình 2.32 a: $r = \arcsin\theta$).

TÓM TẮT CHƯƠNG 2

<u>Bài tập vệ nhà cho Chương 2:</u>

Bổ trợ: 1(1, 3, 5, 7, 9, 12, 15, 17, 19); 18(a, d, e); 34; 36(a, b); 41, 42.

Chính: 1(13, 21); 3; 6(a, b); 7(b); 9(a,b); 12(a, b, c, d); 13(d); 15(a, c); 16; 18(a); 21; 22(a, b); 25(c); 32(a, b, c, d); 38(a, b); 39(b).

Thêm: Biết rằng hàm ẩn $y = y(x)$ từ phương trình $xy = \ln y + 2$ khả vi và $y(2) = 1$. Hãy tính y'' tại $x = 2$.

Bài giảng 5: Đạo hàm và vi phân cấp cao + Các định lý cơ bản về đạo hàm

Chương II Mục 2.2+ 2.3

Tiết thứ: 21-25 Tuần thứ: 5

- ***Mục đích, yêu cầu***:

Nắm được cách tính đạo hàm cấp cao theo CT Leibniz, tính vi phân cấp 2, 3

Nắm được các giả thiết của ĐL Roll, nêu được vài ứng dụng của ĐL Lagrange

- ***Hình thức tổ chức dạy học:*** Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu
- **Thời gian:** Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.
- **Địa điểm:** Giảng đường do P2 phân công
- **Nội dung chính:**

2.2. Đạo hàm và vi phân cấp cao (1 tiết – tiếp)

Định nghĩa đạo hàm cấp cao Hàm f(x) $x \in (a, b)$ được gọi là khả vi n lần trên (a, b) $(n \geq 2)$ nếu f(x) khả vi n - 1 lần trên (a, b) và đạo hàm cấp n - 1 cũng khả vi. Khi đó

$$f^{(n)}(x) = (f^{(n-1)}(x))' \qquad (2.15)$$

và được gọi là đạo hàm cấp n của f(x).

Quy ước $f^{(0)}(x) = f(x)$.

– Tính chất

– Ví dụ 2.10. (TL1, tr 102)

i. $(x^k)^{(n)} = \begin{cases} k(k-1)...(k-n+1)\, x^{k-n} & (k < n) \\ k! & (n = k) \\ 0 & (n > k) \end{cases}$ … . iv. $(e^{ax})^{(n)} = a^n e^{ax}$

$(e^x)^{(n)} = e^x$

Quy tắc Leibniz tính ĐH một tích

$$(fg)^n = f^{(n)}g^{(0)} + nf^{(n-1)}g^{(1)} + \frac{n(n-1)}{2!}f^{(n-2)}g^{(2)} + ... + nf^{(1)}g^{(n-1)} + fg^{(n)}$$

Vi phân cấp cao

2.3. Các định lý cơ bản về đạo hàm (2tiết)

Định lý Rolle:

Định nghĩa cực trị

- **Bổ đề** Cho hàm số f(x) xác định trên khoảng (a, b). Nếu f(x) đạt cực trị tại $c \in (a, b)$ và khả vi tại đó thì $f'(c) = 0$.

- Định lý Roll Giả sử f(x) xác định, liên tục trên đoạn [a, b] hữu hạn, khả vi trong khoảng (a, b) và f(a) = f(b). Khi đó, tồn tại điểm $c \in (a, b)$ để $f'(c) = 0$.

– Ví dụ 2.12. Cho f(x) liên tục trên [a, b], khả vi trong (a, b); $f(a) = f(b) = 0$, $f(x) \neq 0, \forall x \in (a, b)$. Chứng minh rằng tồn tại điểm c trong khoảng (a, b) để $\dfrac{f'(c)}{f(c)} = 1000$.

– Nhận xét. (TL1, tr 105)

Định lý Lagrange:

Định lý 2.6. (TL1, tr 106). Cho hàm f(x) xác định và liên tục trên đoạn $[a, b]$, khả vi trong khoảng (a, b). Khi đó, tồn tại điểm $c \in (a, b)$ sao cho

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \qquad \text{hay} \qquad f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$$

– Ý nghĩa hình học – Ý nghĩa tổng quát

– Hệ quả -

Ví dụ 2.13. (TL1, tr108) **.** Chứng minh rằng với $0 < a < b$ và $n \geq 1$ thì

$na^{n-1}(b - a) < b^n - a^n < nb^{n-1}(b - a)$.

Ví dụ 2.14. (TL1, tr 108). Chứng tỏ rằng hàm số $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ e^x - x - 1, & 0 < x \end{cases}$ thỏa mãn Định lý Lagrange trên đoạn $[-2, 1]$. Tìm điểm trung gian c trong Định lý. Vẽ đồ thị và tiếp tuyến tại M có hoành độ c.

Bài tập: Sự liên tục (1 tiết)

Đạo hàm, vi phân cấp I (1 tiết)

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 104-106: Các định lý cơ bản về đạo hàm

Tự đọc TL [1]: Ví dụ: VD 2.8; VD 2.16(a, b); 2.21; 2.26(a, b, d); 2.30(d); 2.33; VD 39; VD 2.40 (hình 2.32 a: $r = \arcsin\theta$).

Bài giảng 6: Các định lý cơ bản về đạo hàm (tiếp) + Công thức Tay lor + Các ứng dụng của đạo hàm

Chương II Mục 2.3 + 2.4 + 2.5

Tiết thứ: 26-30 Tuần thứ: 6

- *Mục đích, yêu cầu*:

Nắm được cách áp dụng quy tắc L'Hospital để tìm các giới hạn vô định

Khai triển Taylor của đến cấp 2,3 của vài hàm đơn giản

Nắm được khai triển Maclaunrin của vài hàm sơ cấp, tính gần đúng

Nắm được vài ứng dụng của đạo hàm như quy trình khảo sát hàm số; đặc biệt là khảo sát đường cong theo tham số.

- ***Hình thức tổ chức dạy học:*** Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu

- **Thời gian:** Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- **Địa điểm:** Giảng đường do P2 phân công

- **Nội dung chính:**

2.3. Các định lý cơ bản về đạo hàm (tiếp – 1 tiết)

Định lý Cauchy (Định lý 2.7) (TL1, tr 109) Cho hai hàm số f(x), g(x) liên tục trên đoạn [a, b], khả vi trên khoảng (a, b), ngoài ra $g'(x)\neq 0$, $\forall x\in(a, b)$. Khi đó có điểm $c\in(a, b)$ sao cho:

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}=\frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

Lưu ý

Quy tắc L'Hospital.

Định lý 2.8 (Quy tắc L'Hospital khử dạng vô định $\frac{0}{0};\frac{\infty}{\infty}$) (TL1, tr 110)

Giả sử f(x), g(x) khả vi trong một lân cận nào đó của điểm a $(-\infty\leq a\leq+\infty)$ có thể trừ ra tại điểm a, và $g'(x)\neq 0$ với mọi x trong lân cận đó có thể trừ ra tại a. Hơn nữa giả sử

$$\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} g(x)=0 \quad (\text{hoặc } \lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} g(x)=\pm\infty\ ).$$

Khi đó, nếu $\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}=\ell$ (hữu hạn hoặc vô hạn) thì $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\ell$.

Ví dụ 2.15. (i) $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x^{\alpha}}\ (\alpha>0);)$ (ii) (iii) (iv) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x-3x}{x^3}$;

- **Ví dụ 2.16- . Ví dụ 2.17. - Ví dụ 2.18.** (TL1, tr 112-114)

Chứng minh rằng

a) $\lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt[n]{a}-1\right)=\ln a,\ \ (a>0)$; b) $\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{n}-1)=+\infty$.

2.4. Công thức Tay lor

Thiết lập công thức (Tự đọc)

* **Định lý 2.9** (Công thức Taylor) (TL1, tr 115)

Cho hàm số f(x) xác định và liên tục trong (a; b). Khi đó $\forall x_0\in(a, b)$ ta có:

(i) Nếu f(x) khả vi liên tục tới cấp n - 1 trên (a, b), khả vi cấp n tại x_0 thì

$$f(x)=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\ldots+\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+o(x-x_0)^n\ \ldots\ldots$$

Công thức Maclaurin

– Sai số. Nếu hàm f(x) khả vi đến cấp n + 1 trên [a, b] thì

$$\left|R_n(x)\right| = \left| f(x) - \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^k \right| \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!}\left|x-x_0\right|^{n+1} \qquad (2.27)$$

với $\quad M_{n+1} = \sup_{x\in[a;\, b]} \left|f^{(n+1)}(x)\right|.$

Khai triển Maclaurin của một số hàm sơ cấp

– Ví dụ 2.19. Tìm khai triển Maclaurin của các hàm

(i) $y = \sqrt{1+4x}$ đến cấp 3, (ii) $y = \sin 4x + \ln(1+2x)$ đến cấp 2.

Ví dụ 2.20. Ví dụ 2.21. (TL1, tr 118-119)

Cho hàm ẩn $y = y(x)$ xác định từ phương trình

$$\arctan(xy) + 1 = e^{x+y}.$$

Tìm khai triển Maclaurin đến cấp 2 của hàm này với phần dư dạng Peano. Từ đó, tính gần đúng y(0.1).

- Ứng dụng để tính gần đúng

- Ứng dụng để tìm giới hạn Ví dụ 2.25 (TL1, tr125) Tìm các giới hạn

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x - \sin x)}{\sqrt{1+x^2}-1}$; (b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$.

2.5. Các ứng dụng của đạo hàm

Khảo sát hàm số $y = f(x)$

Tiệm cận

Sự tăng và giảm của hàm số

Cực trị của hàm số

Quy tắc I- Quy tắc I

- Sơ đồ khảo sát hàm số

(1) Tìm tập xác định, các điểm gián đoạn của hàm số. Xét tính chẵn, lẻ, tuần hoàn, tìm các đường tiệm cận (nếu có). Tìm các giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ, tìm toạ độ của các điểm đặc biệt.

(2) Chiều biến thiên: Cần tính đạo hàm cấp một, tìm các khoảng tăng, giảm, cực trị (nếu có). Lập bảng biến thiên của hàm số.

(3) Tính đạo hàm bậc hai, khảo sát tính lồi, lõm, điểm uốn (nếu có).

(4) Vẽ đồ thị hàm số.

Tất nhiên, không cần đúng theo thứ tự này. Đồng thời chúng ta cũng có thể bỏ qua một số khâu, như tính đạo hàm bậc hai, tính lồi lõm… khi điều này phức tạp, nhất là với các hàm vô tỷ. Đôi khi cũng bỏ qua việc tìm tiệm cận.

Ví dụ 2.29 (TL1, tr 133) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = xe^x$.

Khảo sát đường cong cho dưới dạng tham số:

Khái niệm

– Ví dụ 2.31. (TL1, tr 138): PT đường thẳng, đoạn thẳng, đường tròn

- Hệ số góc của tiếp tuyến Ví dụ 2.32 (TL1, tr 139)

– Khảo sát.

Ví dụ 2.34. **(TL1, tr 141)** Khảo sát và vẽ đường axtroit cho dưới dạng tham số:

$$x = a\cos^3 t;\ \ y = a\sin^3 t,\ t \in \mathbb{R}.\quad (a > 0).$$

Bài tập: Đạo hàm, vi phân cấp cao (1 tiết)

Các Đ.lý về GT trung bình (1 tiết)

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 127- 138: Các ứng dụng của đạo hàm

Tự đọc TL [1]: Ví dụ: VD 2.8; VD 2.16(a, b); 2.21; 2.26(a, b, d); 2.30(d); 2.33; VD 39; VD 2.40 (hình 2.32 a: $r = \arcsin\theta$).

Bài giảng 7: Các ứng dụng của đạo hàm (tiếp) + Tích phân bất định

Chương II, III Mục 2.5 + 3.1

Tiết thứ: 31- 35 Tuần thứ: 7

- Mục đích, yêu cầu

- Nắm được quy trình khảo sát ĐC trong tọa độ cực, đặc biệt là cách vẽ.

- Nắm đực bảng tích phân cơ bản, vận dụng một số phương pháp tính tích phân để tìm NH của một số hàm đơn giản

- Hình thức tổ chức dạy học: Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu

- Thời gian: Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- Địa điểm: Giảng đường do P2 phân công

- Nội dung chính:

Khảo sát đường cong cho dưới dạng tọa độ cực (1 tiết)

Tọa độ cực

- Đường cong trong tọa độ cực

–Ví dụ 2.35. (TL1, tr144). Viết phương trình dạng tọa độ cực của các đường tròn bán kính $a > 0$ với tâm (i) O(0, 0); (ii) I(a, 0).

- Phương pháp khảo sát

– Ví dụ 2.36. Khảo sát và vẽ đường hoa hồng 3 cánh có phương trình $r = a\sin 3\theta\ (a > 0)$.

- **Ví dụ 2.37.** (TL1, tr 146-147). Khảo sát và vẽ đường cardioid (đường hình tim) dạng tọa độ cực

(i) $r = 1 + a\cos\theta \quad (a > 1)$; (ii) $r = 1 + \cos\theta$; (iii) $r = 1 + a\cos\theta \ (0 < a < 1)$.

3.1. Tích phân bất định (2 tiết)

Định nghĩa,

Định lý 3.1. Nếu F(x) là một nguyên hàm của f(x) trong khoảng (a, b) thì:

(i) Với C là hằng số tùy ý, $F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của f(x) trong khoảng (a, b).

(ii) Mọi nguyên hàm của f(x) trong khoảng (a, b) đều có dạng $F(x) + C$, với C là hằng số nào đó.

Định nghĩa, tính chất

*** Phương pháp tính tích phân bất định:**

a) Biến đổi hàm dưới dấu tích phân, đưa về tích phân cơ bản

Ví dụ 3.1. (TL1, tr177). (i) $I = \int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$. (ii) , (iii) $\int \sin 3x \sin 5x \, dx$

b) Đặt biến Định lý 3.3

- **Ví dụ 3.2** (i) $\int \frac{\tan x}{\cos^3 x} dx$ (ii) $\int \frac{dx}{x \ln x}$ (vi) $\int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}} dx$

- **Ví dụ 3.3** (TL1, tr178-180) (i) $\int \frac{dx}{x^2 + 3x - 10}$, ..., (iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}$

c) Đổi biến Định lý 3.4.

- **Ví dụ 3.4** (TL1, tr 181) Tính tích phân $I = \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ bằng cách đổi biến $x = \frac{1}{t}$.

d) Tích phân từng phần

–**Ví dụ 3.5.** (i) $\int \ln x \, dx$ …. (iii) $\int x^2 e^{-2x} dx$

- **Ví dụ 3.6** (TL1, tr 182,184) $I = \int e^{4x} \cos 3x \, dx = \frac{1}{3}\int e^{4x} d(\sin 3x)$

*** Tích phân bất định của một số lớp hàm sơ cấp**

a. Tích phân các phân thức hữu tỷ $\frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$

Ví dụ 3.7 $\int \frac{x\,dx}{x^8-1} = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2)}{(x^4-1)(x^4+1)}$

- Ví dụ 3.8. (TL1, tr185, 187) $\int \frac{x^4}{x^2+a^2}dx \quad \int \frac{(2x^2+1)\,dx}{(x-1)^2(x^2+1)}$

Bài tập: Công thức Taylor (1 tiết)
Các ứng dụng của ĐH (1 tiết)

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 184 - 193: Tích phân bất định (tiếp)

Tự đọc TL [1]:

Tóm tắt Chương 2.

VD 3.26; VD 3.27; VD 3.28. VD 3.32; VD 3.38 (a, b); VD 3.39; VD 3.40;

VD 3.41; VD 3.42; VD 3.43; VD 3.44(a).

Bảng các tích phân cơ bản xem Bảng 3.1 trong [1].

Một số tích phân quan trọng (xem [1])

Các dạng tích phân dùng phương pháp từng phần thuận lợi

Bài tập về nhà cho Chương 3:

Bổ trợ: 1(2, 3, 4, 10, 14, 15, 25, 34, 38) ; 14 (a); 15(a); 18; 25(a, c)

Chính: 1(7, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 30); 3(g); 2(c,d); 4(a, b); 10(c); 18. 19(c, d, e, f); 20(b, c); 21 (a, b); 22; 34(h, i, j, k, l); 35($a \to f$, Chữa: a, b, c));
36($a \to i$, Chữa: a, b, d, h, i).

BS. Xét sự hội tụ $\int_0^{\infty} \frac{x^5}{e^x}dx$, $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x\sqrt{x}}dx$; $\int_2^{+\infty} \frac{x\sin x}{\sqrt{1+x^6}}dx$;

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+x}}dx$; $\int_0^4 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+9}}$; $\int_1^{+\infty} \frac{x\arctan x}{\sqrt{1+x^5}}dx$; $\int_0^1 \frac{\sin 2x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

Bài giảng 8: Tích phân bất định (tiếp) + Tích phân xác định

Chương III Mục 3.1 + 3.2

Tiết thứ: 36 – 40, Tuần thứ: 8

- Mục đích, yêu cầu:

Tính được các tích phân của các biểu thức vô tỷ khá đơn giản, của các hàm lượng giác không quá khó

Nắm được ĐN của TP xác định qua tổng tích phân, một vài tính chất ban đầu của tích phân xác định

- Hình thức tổ chức dạy học: Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu

- **Thời gian:** Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- **Địa điểm**: Giảng đường do P2 phân công

- **Nội dung chính:**

3.1. Tích phân bất định (tiếp - 1 tiết)

Tích phân các biểu thức vô tỷ

- **Ví dụ 3.10** (TL1, tr189) (i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$.(ii) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2+x)(2-x)^5}}$

- **Đặt biến lượng giác.**

Ví dụ 3.11. (TL1, tr 190) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{6-4x-2x^2}}$

- **Tích phân các hàm lượng giác**

–**Ví dụ 3.12.** (TL1, tr191) $\int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x}$ $\int \cot^6 x\, dx$

3.2. Tích phân xác định (2 tiết)

Định nghĩa và các tính chất mở đầu

Các lớp hàm khả tích:

Định lý 3.5. Hàm số f(x) liên tục trên [a, b] thì khả tích trên đó.

+ **Định lý 3.6.** (TL1, tr 195) Hàm số f(x) bị chặn trên [a, b] và có không quá một số hữu hạn điểm gián đoạn trên đoạn này thì khả tích trên đó.

Định lý 3.7

+ Định lý 3.8 **(TL1, tr196).** (i) $y = f(u)$ là hàm khả tích trên đoạn [A, B].

(ii) $u = u(x),\ x \in [a, b]$ là hàm liên tục và có tập giá trị chứa trong [A, B].

Khi đó hàm hợp $y = f(u(x)),\ x \in [a, b]$ khả tích.

– Ví dụ tính TP theo ĐN,

Ví dụ 3.15. (TL1, tr 196) Tính tích phân $\int_1^2 e^x dx$ theo phương pháp tổng tích phân.

Tính giới hạn dùng TP.

Ví dụ 3.16. (TL1, tr197)

Các tính chất của tích phân xác định:

Định lý 3.10 (TL1, tr 199)

Định lý 3.11 (Hệ thức Chasles) (TL1, tr 199)

Định lý 3.12 (Tính dương của tích phân) (TL1, tr 199)

Định lý 3.13. Cho f(x) không âm và khả tích trên [a, b]. Giả sử có $x_0 \in [a, b]$ sao cho f(x) liên tục tại x_0 và $f(x_0) > 0$. Khi đó

$$\int_a^b f(x)dx > 0.$$

Định lý 3.14 (TL1, tr 200).

Định lý 3.15 (Định lý trung bình thứ nhất của tích phân**)** (TL1, tr 201)

Cho hàm số f(x) khả tích trên đoạn [a, b] và m, M là hai số thực sao cho $m \le f(x) \le M,\ \forall x \in [a, b]$. Khi đó tồn tại $\mu \in [m, M]$ để

$$\int_a^b f(x)dx = \mu(b-a).$$

Định lý 3.16 (Định lý trung bình thứ hai của tích phân) (TL1, tr 202). Nếu f(x) và g(x) là hai hàm khả tích trên đoạn [a, b], còn g(x) giữ dấu trên [a, b] thì có điểm $\mu \in [m, M]$ với $m = \inf\limits_{x\in[a,b]} f(x)$; $M = \sup\limits_{x\in[a,b]} f(x)$ sao cho

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = \mu\int_a^b g(x)dx .$$

Bài tập: Các ứng dụng của ĐH (1 tiết)
Tích phân bất định (1 tiết)

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 199-203: Tích phân xác định (tiếp)
Tự đọc TL [1]: Sử dụng bảng tích phân và phần mềm

Tích phân eliptic

Bài giảng 9: Tích phân xác định (tiếp) + Ứng dụng của TP XĐ

Chương III Mục 3.2+3.3

Tiết thứ: 41- 45 Tuần thứ: 9

- Mục đích, yêu cầu:

Nắm được cách tính TPXĐ chủ yếu như sử dụng công thức
N-L, đặt, đổi biến, TP từng phần.

Nắm được cách tính diện tích hình phẳng, độ dài đường cong, diện tích mặt cong, thể tích vật thể. Một vài ứng dụng cơ học, và ứng dụng khác

- Hình thức tổ chức dạy học: Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu

- Thời gian: Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- ***Địa điểm***: Giảng đường do P2 phân công

- ***Nội dung chính:***

3.2 TP xác định (tiếp)

Cách tính tích phân xác định

Tích phân xác định với cận trên biến thiên

Định lý 3.17 (TL1, tr203). (i) Nếu hàm f(x) khả tích trên [a, b] thì $\Phi(x)$ liên tục trên [a, b].

(ii) Nếu f(x) khả tích trên [a; b] và liên tục tại $x_0 \in [a, b]$ thì $\Phi(x)$ khả vi tại x_0 và $\Phi'(x_0) = f(x_0)$.

Hệ quả (Định lý cơ bản của giải tích)**- Công thức Newton-Leibniz:**

(i) Nếu hàm số f(x) liên tục trên [a, b] thì $\Phi(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ là một nguyên hàm của f(x) trên [a, b]:

$$\Phi'(x) = \frac{d}{dx}\left(\int_a^x f(t)\,dt\right) = f(x),\ \forall x \in [a, b]. \qquad (3.18)$$

(ii) Nếu hàm số f(x) liên tục trên đoạn [a, b] và F(x) là một nguyên hàm của nó trên đoạn này thì

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b.$$

Ví dụ 3.17. (i). $I = \int_a^b x^\alpha\,dx \quad (a, b > 0; \alpha \neq -1)$.(iii) $I = \int_{-3}^{2} \left|\frac{x}{x+4}\right| dx$.

Ví dụ 3.18. (TL1, tr205) Chỉ ra sai lầm trong trính toán sau đây:

$$\int_{-2}^{1} \frac{1}{x^2}\,dx = \frac{-1}{x}\Big|_{-2}^{1} = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}.$$

Hệ quả.

Ví dụ 3.19. Áp dụng (3.20) chúng ta có thể tính các đạo hàm

$$\frac{d}{dx}\left(\int_a^b \sin^2 x\,dx\right); \quad \frac{d}{dx}\left(\int_a^x \sin^2 t\,dt\right); \quad \frac{d}{dx}\left(\int_x^b \sin^2 t^2\,dt\right);$$

$$\frac{d}{dx}\left(\int_a^{x^2} \sin t^2\,dt\right); \quad \frac{d}{dx}\left(\int_x^{x^2} \sin^2 t\,dt\right)$$

+ Ví dụ 3.20. (TL1, tr 206 -207). Tính các giới hạn

(i) $A=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+1}{x-2}\int\limits_2^x \ln t\,dt$. (ii) $\lim\limits_{x\to 0}\sin^3 x\ /\int\limits_0^x (e^{t^2}-1)dt$..

Phương pháp đổi biến: Định lý 3.18. (TL1, tr207)

Ví dụ 3.21. Cho hàm f(x) khả tích trên đoạn $[-a, a]$. Khi đó

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)dx=\begin{cases}0 & \text{nÕu f(x) lÎ,}\\ 2\int\limits_0^a f(x)dx & \text{nÕu f(x) ch½n.}\end{cases}$$

+ Ví dụ 3.22. Tính diện tích hình viên phân ABC ở Hình 3.5 a.

+ Ví dụ 3.23 (TL1, tr208-209). (i) Chứng minh rằng $\int\limits_0^{\pi/2}\cos^n x\,dx=\int\limits_0^{\pi/2}\sin^n x\,dx$.

Phương pháp đặt biến

–Ví dụ 3.24 (TL1, tr 210).

(a) $\int\limits_{-1}^{2} x\cos(x^2)dx$; (b) $I=\int\limits_{-1}^{1}\frac{dx}{x^2-2x\cos\alpha+1}$ $(0<\alpha<\pi)$.

- Tích phân từng phần

– Ví dụ 3.25 (TL1, tr 211). (i) $\int\limits_1^e x^{999}\ln x\,dx$ (iii) $I=\int\limits_{3\pi/4}^{\pi}(\tan^2 x-\tan x)e^{-x}\,dx$

3.3 Ứng dụng của TP XĐ (1 tiết)

Tính diện tích hình phẳng: Trong tọa độ Descartes:

Ví dụ 3.26. **(TL1, tr219).** Tính diện tích miền phẳng giới hạn bởi cung hình tim (cardioid) $r=a(1+\cos\varphi)$.

- Đường cong dưới dạng tham số

- Đường cong cho dưới dạng tọa độ cực

Tính độ dài đường cong:

Đường cong cho dưới dạng tọa độ Descartes- Đường cong dưới dạng tham số - Đường cong cho dưới dạng tọa độ cực

– Ví dụ 3.27. **(TL1, tr220).** Tính độ dài một chu kỳ của đường cycloide

$$\begin{cases}x=a(t-\sin t)\\ y=a(1-\cos t), \quad (a>0).\end{cases}$$

Tính thể tích vật thể: Trường hợp tổng quát.- Thể tích vật thể tròn xoay

Tính diện tích mặt tròn xoay:

Ví dụ 3.28. (TL1, tr 222). Tính diện tích hình xuyến (hình vòng khuyên) sinh ra bởi đường tròn $x^2 + (y-b)^2 = a^2$, $(b > a)$ quay quanh trục Ox.

Bài tập: Tích phân bất định (1 tiết)
Tích phân XĐ (1 tiết)

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 236-232: Tích phân suy rộng

Tự đọc TL [1]: 212-214: Tính gần đúng tích phân xác định.

Bài giảng 10: Tích phân suy rộng + Ôn tập

Chương III Mục 3.4

Tiết thứ: 46- 50 Tuần thứ: 10

- Mục đích, yêu cầu:

Nắm chắc định nghĩa 2 loại Tp suy rộng

Một số tiêu chuẩn hội tụ

Hệ thống hóa chương III

- Hình thức tổ chức dạy học: Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu

- Thời gian: Lý thuyết, thảo luận: 2t; Bài tập: 3t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- Địa điểm: Giảng đường do P2 phân công

- Nội dung chính:

3.3. Tích phân với cận vô hạn (Tích phân suy rộng loại I – 2 tiết)

Định nghĩa

Công thức Newton-Leibniz

Ví dụ 3.32. Tính tích phân $I = \int_0^{\infty} xe^{-x}dx$

Ví dụ 3.33. (TL1, tr 228). Khảo sát sự hội tụ và tính giá trị (nếu có) của p-tích phân

$$I = \int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p} \quad (a > 0).$$

Tiêu chuẩn hội tụ

Định lý 3.20. Cho hàm f(x) không âm và khả tích trên đoạn [a, A] bất kỳ, $a < A$. Khi đó: $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ hội tụ khi và chỉ khi $\int_a^{A} f(x)dx$ bị chặn (theo A).

+ Định lý 3.21. Cho f(x) và g(x) là hai hàm khả tích trên [a, A], $(a<A)$, ngoài ra $0 \le f(x) \le g(x)$.

+ Nếu $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ hội tụ thì $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ hội tụ ;

+ Nếu $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ phân kì thì $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ phân kì.

+ Hệ quả. (TL1, tr230)

Ví dụ 3.35. (TL1, tr 231).

Xét sự hội tụ của tích phân (i) $\int_a^{+\infty} \frac{x^{3/2}}{1+x^2}dx$, (ii) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$.

Hội tụ tuyệt đối

- Định lý 3.23 (TL1, tr 232). Giả sử f(x) khả tích trên đoạn [a, A], ∀A > a. Nếu tích phân $\int_a^{+\infty} |f(x)|dx$ hội tụ thì $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ cũng hội tụ.

Định nghĩa

Tích phân của hàm không bị chặn:

Định nghĩa

Ví dụ 3.36. Tính diện tích miền nằm dưới đường $y=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$, $1<x\le 3$.

+ Ví dụ 3.37 (TL1, tr 234). Khảo sát sự hội tụ của p-tích phân $\int_0^a \frac{dx}{x^p}$ $(a>0)$.

Định lý 3.24+ Hệ quả (TL1, tr 235)

Ví dụ 3.38. (TL1, tr 362). Xét sự hội tụ của tích phân suy rộng

a. $\int_1^{\infty} \sin x^2\, dx$; b. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}\arctan\frac{x}{x+2}dx$.

Ôn tập: (1 tiết)

Bài tập: Cách tính TPXĐ (1 tiết)

Ứng dụng của TP (1tiết)

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 263 – 268: Chuỗi số

Tự đọc TL [1]:

Bài giảng 11 : Chuỗi số + Chuỗi số dương

Chương IV Mục 4.1+4.2

Tiết thứ: 51 - 55 Tuần thứ: 11

- Mục đích, yêu cầu:

Nắm chắc khái niệm hội tụ của chuỗi số, các tiêu chuẩn hội tụ của chuỗi số dương

- ***Hình thức tổ chức dạy học:*** Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu

- **Thời gian:** Lý thuyết: 2t; Kiểm tra: 1t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- ***Địa điểm***: Giảng đường do P2 phân công

- ***Nội dung chính***:

Bài tập: **TP suy rộng** (2 tiết)

Kiểm tra (1tiết)

4.1. Chuỗi số (1 tiết):

Định nghĩa

– Ví dụ 4.1. Chứng tỏ rằng chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$ hội tụ và tính tổng của nó.

- **Ví dụ 4.2 (Chuỗi hình học).** (TL1, tr264). $\sum_{n=0}^{\infty}q^n = 1+q+q^2+...$

- Điều kiện cần để chuỗi hội tụ

Định lý 4.1. Nếu chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ **hội tụ thì** $\lim_{n\to\infty}u_n = 0$.

- Ví dụ 4.4. **(TL1, tr266).** Xét sự hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}\sin n$.

- Tiêu chuẩn Cauchy - Định lý 4.2

- Ví dụ 4.5. (TL1, tr266-267). Xét chuỗi điều hòa $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n} = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...$

- Các tính chất về phép toán – Định lý 4.3. (TL1, tr 267)

4.2. Chuỗi số dương (1 tiết):

Các tính chất mở đầu:

Định lý 4.4.+ Hệ quả. (TL1, tr 2268)

+ Định lý 4.5 (**Định lý so sánh**). Cho hai chuỗi số dương $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$, $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ sao cho $0 \le u_n \le v_n$. Khi đó

(i) Nếu $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ hội tụ thì $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ hội tụ;

(ii) Nếu $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ phân kì thì $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ phân kì;

+ Ví dụ 4.6. **(TL1, tr268-269).** Xét sự hội tụ của các chuỗi

(i) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n}$; (ii) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2^n}$; (iii) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$.

- Các quy tắc khảo sát sự hội tụ(TL1, tr270-274)

Định lý 4.6 (**Tiêu chuẩn D'Alembert (Kiểm định tỷ số).**

Giả sử đối với chuỗi số dương $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ với $u_n > 0$, tồn tại giới hạn $\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\ell$.

+ Ví dụ 4.7. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{2^n}$.

Định lý 4.7 **(Tiêu chuẩn Cauchy (Kiểm định căn)).**

Cho chuỗi số dương $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ sao cho $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=\ell$.

Ví dụ 4.8. Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^n}$.

Định lý 4.8 (Tiêu chuẩn (so sánh với) tích phân

+ **Ví dụ 4.10.** Xét sự hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p},\ p\in\mathbb{R}$

Ví dụ 4.11. Xét sự hội tụ của các chuỗi sau

(i) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^{\alpha}}{n^n},\ (\alpha\in\mathbb{R})$; (ii) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^2}\sin^{2n}\beta,\ \left(0\le\beta\le\frac{\pi}{2}\right)$.

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 275 – 277: Chuỗi có số hạng với dấu bất kỳ

Tự đọc TL [1]: VD 4.19 (b); VD 4.23(b); VD 4.24 (b, c, d); VD 4.25(a, b, c, d)); 4.5.7 (Ví dụ khác) (a, b, c); VD 4.27; VD4.29 (b).

Bài tập về nhà cho cả Chương 4

Trợ: 1(2, 5, 11, 12, 13, 18, 26); 2, 3(1, 5, 9, 12); 5(b, f).

Chính: 1(28, 29, 30); 11(f); 12(c); 14 (c $\to$ l, Chữa: c, e, f, i, j, l); 15(a, b, c); 16(a, b); 18(d, e); 21; 23 (c, e); 24(a, b); 26(a $\to$i, Chữa: a, c, e, h) 27(a $\to$ f, Chữa: a, c, d, f); 33(a, c); 34(a, b, c).

- BS 1. $f(x)=\ln(1+2x)$. Tính đạo hàm $f^{(2000)}(0)$.
- BS 2. Xét sự hội tụ $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^2+\ldots+\frac{1}{n}\left(\frac{2}{5}\right)^n+\ldots$
- BS 3. Cho chuỗi hàm $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}\left(\frac{1-x}{1+2x}\right)^n$

Tính tổng riêng thứ 5 tại x = 0. b) Tìm miền hội tụ của chuỗi.

Bài giảng 12: Chuỗi có số hạng với dấu bất kỳ

Chương IV Mục 4.3

Tiết thứ: 56 - 60 Tuần thứ: 12

- Mục đích, yêu cầu:

Vận dụng được tiêu chuẩn Leibniz

Thấy mối quan hệ giữa hội tụ tuyệt đối và bán hội tụ

- *Hình thức tổ chức dạy học:* Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu

- *Thời gian:* Lý thuyết, thảo luận: 2t; Bài tập: 3t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- *Địa điểm:* Giảng đường do P2 phân công

- *Nội dung chính:*

4.3. Chuỗi có số hạng với dấu bất kỳ

Chuỗi đan dấu (2 tiết)

Định nghĩa – $u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + ... = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n$,

$$-u_1 + u_2 - u_3 + u_4 - ... = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$$

Định lý 4.9 (Định lý Leibniz) (TL1, tr 275). Cho chuỗi đan dấu $u_1 - u_2 + u_3 - ... \quad (u_n > 0)$.

Nếu $\{u_n\}$ là dãy đơn điệu giảm đến 0 thì chuỗi hội tụ đến tổng S. Ngoài ra

$$|S_n| = \left|\sum_{i=1}^{n} u_n\right| < u_1; \quad |S| = \left|\sum_{i=1}^{\infty} u_n\right| < u_1 .$$

Ví dụ 4.13 (Chuỗi ĐH đan dấu) (TL1, tr 276) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + ...$

Hội tụ tuyệt đối.

Định lý 4.10. (TL1, tr277) Nếu chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}|u_n| = |u_1| + |u_2| + |u_3| + ...$ hội tụ thì chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ hội tụ.

Ví dụ 4.14. (TL1, tr277). Xét sự hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n}{n^2}$.

Định lý 4.11. **(TL1, tr 278). .** Giả sử rằng $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right| = \ell$ hoặc $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|u_n|} = \ell$**.**

Nếu $\ell < 1$ thì chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ hội tụ tuyệt đối, Nếu $\ell > 1$ thì chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ phân kỳ.

Định lý 4.12 (Định lý Riemann) (TL1, tr278)

Bài tập: Chuỗi số dương (2 tiết)

Chuỗi có dấu tuỳ ý (1 tiết)

- ***Yêu cầu SV chuẩn bị:***

Đọc trước TL[1], tr 279-282: Chuỗi hàm số

Tự đọc TL [1]: Định lý Riemann

Bài giảng 13: Chuỗi hàm số + Chuỗi luỹ thừa

Chương IV Mục 4.4+ 4.5

Tiết thứ: 60 - 65 Tuần thứ: 13

- **Mục đích, yêu cầu:**

Tìm được bán kính hội tụ - miền hội tụ của chuỗi lũy thừa

Một số cách tìm MHT của các chuỗi hàm khác

- ***Hình thức tổ chức dạy học:*** Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu
- ***Thời gian:*** Lý thuyết, thảo luận: 3t; Bài tập: 2t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.
- ***Địa điểm***: Giảng đường do P2 phân công
- ***Nội dung chính***:

4.4. Chuỗi hàm số

Sự hội tụ, miền hội tụ:

Định nghĩa

+ Ví dụ 4.15. Xét chuỗi hàm $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + ...$

Ví dụ 4.16. (TL1, tr 280). Xét chuỗi hàm $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$.

Hội tụ đều. Chuỗi hàm số $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x),\ x \in X$ được gọi là hội tụ đều trên tập $D \subset X$ đến hàm số S(x) nếu $\forall \varepsilon > 0,\ \exists N = N(\varepsilon),\ \forall n > N : |S_n(x) - S(x)| < \varepsilon,\ \forall x \in D.$

- **Ví dụ 4.17.** (TL1, tr 281). Xét chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 + n}$.

Định lý 4.13 (Tiêu chuẩn Weierstrass) (TL1, tr281)

Ví dụ 4.18. (TL1, tr 281). Cho chuỗi hàm $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2 + x^2}$.

4.3. Tính chất của chuỗi hàm hội tụ đều

Định lý 4.14.+ Định lý 4.15.+ Định lý 4.16 (TL1, tr 282)

4.5. Chuỗi lũy thừa (2 tiết)

Khái niệm chuỗi lũy thừa, bán kính hội tụ

Định lý 4.17 **(Abel).** Nếu chuỗi lũy thừa $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ hội tụ tại $x_0 \neq 0$ thì nó hội tụ tuyệt đối tại mọi điểm x mà $|x| < |x_0|$.

Hệ quả. **(TL1, tr 283-284).** Tồn tại số $R \geq 0$ để chuỗi $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ hội tụ trong khoảng (-R, R); phân kỳ trong $(-\infty, -R)$ và $(R, +\infty)$.

Quy tắc tìm bán kính hội tụ của chuỗi lũy thừa:

Định lý 4.18. Tính chất (TL1, tr 284)

Phương pháp tìm miền hội tụ của chuỗi tùy ý

Ví dụ 4.19 (TL1, tr28). Tìm miền hội tụ của các chuỗi hàm sau:

$$\text{(i)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n}, \quad \text{(ii)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n (x-2)^{2n}, \quad \text{(iii)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}.$$

Tính chất của chuỗi lũy thừa: (TL1, tr 287)-288

Định lý 4.19.+ Định lý 4.20+ Định lý 4.21+ Định lý 4.22+ Định lý 4.23

Khai triển một hàm thành chuỗi lũy thừa

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n + \ldots,\ x \in I$$

Khai triển Maclaurin của một số hàm sơ cấp

Ứng dụng: Tính đạo hàm tại điểm cho trước.

Ví dụ 4.22 (TL1, tr 492). Cho hàm số $f(x) = \sin x^2$. Tính đạo hàm $f^{(2000)}(0)$.

Bài tập: Chuỗi có dấu tuỳ ý (2 tiết)

- Yêu cầu SV chuẩn bị:

Đọc trước TL[1], tr 302-306: Chuỗi Fourier

Tự đọc TL [1]: Tính chất của chuỗi hàm hội tụ đều

Tính tổng một số chuỗi

Bài giảng 14: Chuỗi Fourier

Chương IV Mục 4.6

Tiết thứ: 66 - 70 Tuần thứ: 14

- Mục đích, yêu cầu:

Khai triển hàm thành chuỗi lượng giác

Khai triển hàm theo các hàm sin hoặc cosin

- Hình thức tổ chức dạy học: Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu

- Thời gian:Lý thuyết, thảo luận: 2t; Bài tập: 3t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.

- Địa điểm: Giảng đường do P2 phân công

- Nội dung chính:

Bài tập: Chuỗi hàm, Chuỗi luỹ thừa (2 tiết)

4.6. Chuỗi Fourier (3 tiết)

Chuỗi lượng giác.

Định nghĩa.

Định lý 4.26. Nếu hai chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$ và $\sum_{n=1}^{\infty}|b_n|$ hội tụ thì chuỗi lượng giác (4.31) hội tụ tuyệt đối và đều trên $\mathbb{R}$.

+ Định lý 4.27**. (TL1, tr 302).**

Chuỗi Fourier:

Bổ đề - Định nghĩa - Tính chất

Định lý 4.28 (Định lý Diriclet) (TL1, tr305). Nếu hàm f(x) tuần hoàn chu kỳ 2π, đơn điệu từng khúc và bị chặn trên đoạn $[-\pi, \pi]$ thì chuỗi Fourier của nó hội tụ tại mọi điểm trên $\mathbb{R}$ đến tổng S(x):

$$S(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx). \quad \text{....}$$

Ví dụ 4.26 (TL1, tr 306). Khai triển thành chuỗi Fourier hàm số f(x) tuần hoàn chu kỳ 2π biết rằng trên khoảng $[-\pi, \pi)$ thì f(x) = x.

Khai triển Fourier của hàm tuần hoàn chu kỳ 2ℓ

Ví dụ 4.27. (TL1, tr 307). Khai triển hàm $f(x) = |\cos x|$ thành chuỗi Fourier

Khai triển hàm số bất kỳ thành chuỗi Fourier

Ví dụ 4.28. **(TL1, tr 308).** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x < 1 \\ 2 - x, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$

Hãy khai triển hàm này thành chuỗi Fourier sao cho chuỗi thu được

(a) chỉ chứa hàm số sin; (b) chỉ chứa hàm số cosin.

***Công bố kết quả điểm quá trình, điểm thường xuyên**
Học viên thắc mắc – Giáo viên trả lời

- ***Yêu cầu SV chuẩn bị:***

Đọc trước TL[1], tr 307-310: Chuỗi Fourier cho hàm tùy ý

Tự đọc TL [1]: TÓM TẮT CHƯƠNG 4

Bài giảng 15: Chuỗi Fourier + Ôn tập

Chương IV Chuỗi Fourier

Tiết thứ: 71 - 75 Tuần thứ: 15

- **Mục đích, yêu cầu:**

Củng cố những bài tập cũ

* Hoàn thành những bài tập chưa chữa ở chương IV

* Duyệt lại có hệ thống các bài tập cả học phần

* Sẵn sàng để thi cuối học kỳ

- ***Hình thức tổ chức dạy học*:** Lý thuyết, thảo luận + tự học, tự nghiên cứu
- ***Thời gian:*** Lý thuyết, thảo luận: 0; Bài tập: 5t; Tự học, tự nghiên cứu: 5t.
- ***Địa điểm***: Giảng đường do P2 phân công
- ***Nội dung chính:***

Bài tập: Chuỗi Fourier (1 tiết)

Chữa các bài chưa có điều kiện chữa
Làm lại các ví dụ chưa kịp giới thiệu (4 tiết)

(Giáo viên làm là chính)

- ***Yêu cầu SV chuẩn bị:***

Nắm chắc thời gian thi + phòng thi + các quy chế thi

8. Chính sách đối với học phần và các yêu cầu khác của giáo viên

Sự hiện diện trên lớp: Không đi học ≥ 5 buổi sẽ không được thi.

Mỗi lần lên bảng chữa bài tập đúng được ghi nhận, cộng vào điểm thường xuyên (1-2 lần: 0.5 điểm, ≥ 3 lần: 1 điểm). Chữa bài tập sai không bị trừ điểm.

Hết Chương 1 nộp Bài làm của Bài tập Chương 1.

Làm bài kiểm tra giữa học kỳ 1 – 2 lần.

9. Phương pháp, hình thức kiểm tra - đánh giá kết quả học tập học phần

9.1. Kiểm tra – đánh giá thường xuyên:

Thường xuyên điểm danh vào thời điểm thích hợp

9.2. Kiểm tra - đánh giá định kì:

- Tham gia học tập trên lớp (đi học đầy đủ, chuẩn bị bài tốt và tích cực thảo luận,…): hệ số 0.10.

- Hoàn thành tốt Bài tập về nhà , Kiểm tra giữa kì : hệ số 0.2

- Thi kết thúc học phần tốt: hệ số 0.7

Chủ nhiệm Khoa	**Chủ nhiệm Bộ môn**	**Giảng viên biên soạn**
(Ký và ghi rõ họ tên)	*(Ký và ghi rõ họ tên)*	*(Ký và ghi rõ họ tên)*
Đại tá Đào Thanh Tĩnh	**Đại tá Tô Văn Ban**	**Đại tá Tô Văn Ban**